

## TEORÍA DE LA MEDIDA

MÓDULO	MATERIA	CURSO	SEMESTRE	CRÉDITOS	TIPO
Optativa	Teoría de la Medida	4º	2º	6	Optativa
PROFESOR(ES)			DIRECCIÓN COMPLETA DE CONTACTO PARA TUTORÍAS (Dirección postal, teléfono, correo electrónico, etc.)		
Manuel Díaz Carrillo			Dpto. Análisis Matemático, 1ª planta, Facultad de Ciencias. Despachos nº 1 Correo electrónico: madiaz@ugr.es		
			HORARIO DE TUTORÍAS		
GRADO EN EL QUE SE IMPARTE			OTROS GRADOS A LOS QUE SE PODRÍA OFERTAR		
Licenciatura de Matemáticas, 4º y 5º					
PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES (si procede)					
Conocimientos de análisis en una y varias variables					
BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (SEGÚN MEMORIA DE VERIFICACIÓN DEL GRADO)					
Medidas. Integrales. Derivación de integrales					
COMPETENCIAS GENERALES Y ESPECÍFICAS					
<p>La asignatura contribuye a desarrollar competencias de la titulación. Dentro de las competencias transversales (libro blanco) esta asignatura permite desarrollar las siguientes:            Capacidad de análisis y síntesis. Capacidad de organización y planificación. Comunicación oral y escrita en español. Resolución de problemas.            Trabajo en equipo. Habilidades en las relaciones interpersonales. Razonamiento crítico.            Aprendizaje autónomo. Creatividad. Motivación por la calidad.</p> <p><b>Competencias específicas:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Analizar y construir demostraciones, así como transmitir conocimientos matemáticos avanzados.</li> </ul>					



- Elaborar y desarrollar razonamientos matemáticos avanzados
- Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos y ser capaz de utilizar e integrar este objeto en diferentes contextos.
- Resolver problemas matemáticos avanzados, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles.
- Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos relacionados con la asignatura.
- Encontrar la conexión de los contenidos de esta materia con otros resultados matemáticos, especialmente del Análisis Funcional y la Probabilidad.

#### Objetivos (Expresados como resultados de la enseñanza)

- ➔ Conocer el proceso de construcción de la integral abstracta de Lebesgue.
- ➔ Conocer los teoremas clásicos de la Teoría de la Medida.
- ➔ Conocer las medidas de Borel en  $R^n$  y los teoremas de diferenciación de Lebesgue
- ➔ Conocer ejemplos clásicos de espacios de funciones integrables.
- ➔ Conocer las propiedades funcionales de los espacios  $L_p$ , y especialmente el espacio  $L_2$  asociados a un espacio de medida.
- ➔ Conocer las propiedades de los funcionales lineales acotados en  $L_p$  y los espacios duales.
- ➔ Conocer los conceptos fundamentales de la teoría de series y sumabilidad en espacios de Banach.

#### TEMARIO DETALLADO DE LA ASIGNATURA

##### Temario de teoría:

##### Tema 1: Medida

- 1.1. Construcción de medidas
- 1.2. Medidas de Lebesgue-Stieltjes
- 1.3. Medidas de Hausdorff y dimensión

##### Tema 2: Integrales

- 2.1. Integral asociada a una medida. Integral de Lebesgue-Stieltjes. Integrales de línea y de superficie.



2.2 Teoremas de convergencia

2.3. Medidas producto y Teorema de Fubini

2.4. Espacios de funciones integrables

### **Tema 3: Derivación e integración**

3.1. Integración y derivación en  $\mathbb{R}$ . El teorema fundamental del cálculo

3.2 Integración y derivación en  $\mathbb{R}^n$

3.3 Derivación de medidas. Teorema de Radon-Nikodym

3.4. Duales de los espacios clásicos. Teoremas de representación de Riesz.

### **Programa de prácticas:**

1.- Ejemplos de espacios de medida y de medidas.

2.- Aplicaciones de los Teoremas de convergencia monótona y de convergencia dominada. Evaluación de integrales.

3.- Convergencia de series. Casos de desarrollo decimal en el intervalo unidad.

4.- Integral de Lebesgue en  $\mathbb{R}$  y  $\mathbb{R}^n$ . Cálculo de integrales.

5.- Ejemplos de medida de Lebesgue-Stieltjes

6.- Ejemplos de medida de probabilidad de una función de distribución.

7.- Ejemplos de los teoremas del cambio de variable.

8.- Ejemplos de medida producto. Ejercicios de aplicación del Teorema de Fubini.

Intercambios en el orden de integración. El TCM como caso particular del Teorema de Fubini. El TCD para series como consecuencia del Teorema de Fubini.

9.- Aplicaciones y ejemplos del teorema de diferenciación.

10.- Ejercicios de aplicaciones el Teorema de Radon-Nikodym.



## BIBLIOGRAFÍA

### Bibliografía general

1. **G. de Barra**, Introduction to Measure Theory, Van Nostrand Reinhold Company, Nueva York, 1974.
2. **S.K. Berberian**, Fundamentals of real Analysis, Springer-Verlag, New York, 1999.
3. **J.L. Doob**, Measure Theory, Springer-Verlag, Nueva York, 1994.
4. **M. de Guzmán y B. Rubio**, Integración: teoría y técnicas, Editorial Alhambra, S.A., Madrid, 1979.
5. **P. R. Halmos**, Measure Theory, Springer-Verlag, Nueva York, 1974.
6. **J. Luke y J. Malý**, Measure and integral, Matfyzpress, Praga, 1995.
7. **W. Rudin**, Real and complex analysis, McGraw-Hill International, New York, tercera edición).
8. **R.B. Ash**, Measure, Integration and Functional Analysis, Academic Press, New York, 1972

### Bibliografía ampliada

- D.L. Cohn**, Measure Theory, Birkhäuser, 1980
- M. Valdivia Ureña**, Análisis matemático V, ud. 4,5 y 6. UNED, Madrid, 1979
- A.J. Weir**, Lebesgue integration and measure, Cambridge University Press, 1973.

## ENLACES RECOMENDADOS



<http://www.maths.manchester.ac.uk/~mdc/> (M.D. Coleman)

[www.math.chalmers.se/~borell/MeasureTheory](http://www.math.chalmers.se/~borell/MeasureTheory) (C. Borell)

<http://www.math.nyu.edu/faculty/varadhan/course/PROB.ch1>

[http://www.mat.uniroma2.it/~cannarsa/cam\\_0607](http://www.mat.uniroma2.it/~cannarsa/cam_0607) (P. Cannarsa, T. D'Aprile)

## METODOLOGÍA DOCENTE

Clases de teoría		Clases prácticas
Ejercicios propuestos	Trabajos en grupo	Tutorías

## PROGRAMA DE ACTIVIDADES

15 semanas del 2º semestre	Temas del programa	Sesiones teóricas (horas)	Sesiones prácticas (horas)	Tutorías	Exposiciones y seminarios	Exámenes
Semanas 1-5	Tema 1	12	10	4	1	1
Semanas 5-10	Tema 2	11	10	4	1	1
Semanas 10-15	Tema 3	12	10	4	4	1



## Actividades no presenciales

<b>15 semanas del 2º semestre</b>	<b>Estudio y trabajo individual del alumno (horas)</b>	<b>Trabajo en grupo (horas)</b>
Semanas 1-5	20	6
Semanas 5-10	22	6
Semanas 10-15	20	12

## EVALUACIÓN (INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y PORCENTAJE SOBRE LA CALIFICACIÓN FINAL, ETC.)

### La evaluación de los alumnos se realizará en base a los siguientes criterios:

1. Asistencia regular a las clases
2. Participación en tareas de clase, debates y puestas en común
3. Carpeta de aprendizaje con los ejercicios fijados en cada relación de problemas.
4. Trabajos en grupos y presentación oral de un tema.
5. Pruebas escritas: **a)** preguntas sobre los contenidos de la asignatura (varias cortas razonando sobre la validez o no de un enunciado y el desarrollo de un tema del programa, y **b)** varios ejercicios prácticos.

➔ La evaluación positiva se podrá alcanzar directamente mediante la **evaluación continua** reflejada en los apartados 1,2,3 y 4. Los apartados 1 y 2 puntúan un máximo de 4 puntos; y los apartados 4 y 5 un máximo de 3 puntos cada uno. La suma de puntos resultante será la calificación final del alumno.

➔ Todos los alumnos podrán optar por la evaluación señalada en el apartado 5, que constituirá el “examen final”.

Con anterioridad a la fecha señalada para el examen final (5), se comunicará a cada alumno a través de la plataforma docente la calificación obtenida por evaluación continua. Aquellos que no alcancen la calificación de aprobado o deseen mejorar su calificación, podrán presentarse al examen final.

Todo lo relativo a la evaluación se regirá por la Normativa de evaluación y calificación de los estudiantes vigente en la Universidad de Granada, que puede consultarse en:

<http://secretariageneral.ugr.es/bougr/pages/bougr71/ncg712/>



---


