Métodos Aproximados en Física
Máster de Física - UGR
Curso 2014 - 2015

5. Aproximación WKB

Consdidera la ecuación de de autovalores del hamiltoniano para una partícula con masa m en un potencial unidimensional $V(x)$:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi''(x) \;+\; V(x)\psi(x) \;=\; E\psi(x). \tag{1}$$

- Suponiendo que la función de onda $\psi(x)$ sea de la forma $\psi(x) = A\exp[i\hbar^{-1}S(x)]$ con A una constante de normalización y $S(x) = \sum_n \frac{1}{n!}\hbar^n S_n(x)$, escribe y resuelve las ecuaciones para $S_0(x)$ y $S_1(x)$ en términos del momento clásico $p(x) = \sqrt{2m(E - V(x))}$. Distingue entre las zonas clásicamente permitidas y clásicamente prohibidas.

- Escribe y resuelve la ecuación para $S_2(x)$ en términos de $p(x)$ y determina las condiciónes para que la aproximación WKB sea válida.

- Considera una partícula en el pozo potencial de un oscilador armónico $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$. Calcula los niveles de energía predichos por el método WKB y comparalos con el resultado exacto.

- Calcula los niveles de energía de una partícula con masa m en un potencial lineal

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x < 0 \\ mgx & x > 0 \end{cases} \tag{2}$$

  en función de los ceros de la función de Airy. Calcula después los niveles de energía predichos por la aproximación WKB. Compara los valores numéricos obtenidos por ambos métodos.