

**FÍSICA DEL ESTADO SÓLIDO**  
**4º curso Grado en Física**  
**Manual de prácticas de laboratorio**



Ángel Delgado  
Departamento de Física Aplicada  
Universidad de Granada



## FÍSICA DEL ESTADO SÓLIDO

### Algunas normas de trabajo en el Laboratorio

1. **No conecte** ningún dispositivo ni medidor hasta estar seguro de su modo de funcionamiento y sus normas de utilización. Tenga especial precaución con las fuentes de alta tensión.
2. Use **gafas protectoras** DESDE QUE ENTRE EN EL LABORATORIO.
3. Cuando finalice una práctica, asegúrese de que **todo está desconectado** antes de marcharse. No salga del laboratorio sin avisar al profesor/a responsable.
4. Dispone de 10 días (**Máximo**) para presentar su informe de cada práctica. Este deberá incluir:
  - a. Un breve resumen (una página, máximo) de los objetivos y el fundamento.
  - b. Un resumen de la metodología (máximo, una página).
  - c. Resultados y discusión. Respuestas a las cuestiones.
5. Tenga mucho cuidado con la expresión de resultados. Acompañe siempre cada dato experimental de su error; la norma que seguimos es:
  - a. Todo error tiene siempre una sola cifra significativa. Excepciones: si es 1, se admite la segunda; si es 2, se admite la segunda si es inferior a 6. La cantidad ha de tener como última cifra significativa la de su error. Ejemplos:
 
$$128.3 \pm 11.8 \rightarrow 128 \pm 12$$

$$0.0235 \pm 0.00236 \rightarrow 0.0235 \pm 0.0024$$

$$125876 \pm 898 \rightarrow 125900 \pm 900 = (1259 \pm 9) \times 10^2$$
  - b. Los parámetros de los ajustes por mínimos cuadrados también deben llevar su cota de error. Esta es normalmente estadística y corresponde al intervalo de estimación de los parámetros con cierto nivel de confianza (habitualmente el 95 %). Use programas de ajuste que permitan esta posibilidad (Origin, Statgraphics, SPSS, etc). Puede obtener una copia del programa realizado por nosotros (regresio.exe) enviando un correo a [adelgado@ugr.es](mailto:adelgado@ugr.es) o en el propio departamento. Si desea obtener errores de ajuste en Excel, siga los siguientes pasos:
    - Una vez que ha creado sus columnas de  $x, y$ , sitúese en una zona libre de la hoja y seleccione 10 celdas en 2 columnas.
    - Sitúese sobre la primera de estas celdas y entre en la ventana de función. Seleccione ESTIMACION.LINEAL

Microsoft Excel - Libro1

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ? Adobe PDF

ESTIMACION.LI... X ✓ =ESTIMACION.LINEAL()

|    | A | B  | C | D | E | F | G | H | I |
|----|---|----|---|---|---|---|---|---|---|
| 1  | 1 | 13 |   |   |   |   |   |   |   |
| 2  | 2 | 15 |   |   |   |   |   |   |   |
| 3  | 3 | 17 |   |   |   |   |   |   |   |
| 4  | 4 | 19 |   |   |   |   |   |   |   |
| 5  | 5 | 22 |   |   |   |   |   |   |   |
| 6  |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 7  |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 8  |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 9  |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 10 |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 11 |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 12 |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 13 |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 14 |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 15 |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 16 |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 17 |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 18 |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 19 |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 20 |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 21 |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 22 |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 23 |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 24 |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 25 |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 26 |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 27 |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 28 |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 29 |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 30 |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 31 |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
| 32 |   |    |   |   |   |   |   |   |   |

Argumentos de función

ESTIMACION.LINEAL

Conocido\_y  = referencia

Conocido\_x  = referencia

Constante  = valor\_lógico

Estadística  = valor\_lógico

=

Devuelve estadísticas que describen una tendencia lineal que coincide con puntos de datos conocidos, mediante una línea recta usando el método de los mínimos cuadrados.

Conocido\_y es el conjunto de valores de Y conocidos en la relación  $y = mx + b$ .

Resultado de la fórmula =

Modificar [Ayuda sobre esta función](#) Aceptar Cancelar

Inicio https://golia... iGoogle - Mic... MANUAL - Mi... Microsoft Ex... Ayuda de Mi... ES

- Siga las instrucciones de inserción de datos (las ventanas Constante y Estadística deben ser VERDADERO o 1):
- Cuando haya introducido datos, en la ventana de edición de la función pulse “Ctrl+May+ENTER”

Microsoft Excel - Libro1

ESTIMACION.LI... =ESTIMACION.LINEAL(B1:B5;A1:A5;1;1)

|    | A | B  | C          | D | E | F | G | H | I | J | K | L |
|----|---|----|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1  | 1 | 13 |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 2  | 2 | 15 |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 3  | 3 | 17 |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 4  | 4 | 19 |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 5  | 5 | 22 |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 6  |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 7  |   |    | A1:A5;1;1) |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 8  |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 9  |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 10 |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 11 |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 12 |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 13 |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 14 |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 15 |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 16 |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 17 |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 18 |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 19 |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 20 |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 21 |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 22 |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 23 |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 24 |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 25 |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 26 |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 27 |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 28 |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 29 |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 30 |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 31 |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 32 |   |    |            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

Argumentos de función

ESTIMACION.LINEAL

Conocido\_y B1:B5 = {13;15;17;19;22}

Conocido\_x A1:A5 = {1;2;3;4;5}

Constante 1 = VERDADERO

Estadística 1 = VERDADERO

= {2.2;10.6}0.11547005383

Devuelve estadísticas que describen una tendencia lineal que coincide con puntos de datos conocidos, mediante una línea recta usando el método de los mínimos cuadrados.

Estadística es un valor lógico: para que devuelva estadísticas de regresión adicionales = VERDADERO; para que devuelva coeficientes m y la constante b = FALSO u omitida.

Resultado de la fórmula = 2.2

NUM

- Con ello, la ventana que había preparado se llena con los datos:

|                        |                                |
|------------------------|--------------------------------|
| Pendiente              | Ordenada en el origen          |
| Su error               | Su error                       |
| Coef. determinación    | Error estándar estimación de y |
| Estadístico F          | Grados de libertad de F        |
| Suma de cuadrados regr | Suma de cuadrados res          |

Microsoft Excel - Libro1

C21 =f

|    | A | B  | C           | D          | E |
|----|---|----|-------------|------------|---|
| 1  | 1 | 13 |             |            |   |
| 2  | 2 | 15 |             |            |   |
| 3  | 3 | 17 |             |            |   |
| 4  | 4 | 19 |             |            |   |
| 5  | 5 | 22 |             |            |   |
| 6  |   |    |             |            |   |
| 7  |   |    | 2.2         | 10.6       |   |
| 8  |   |    | 0.115470054 | 0.38297084 |   |
| 9  |   |    | 0.991803279 | 0.36614837 |   |
| 10 |   |    | 363         | 3          |   |
| 11 |   |    | 48.4        | 0.4        |   |

- En las representaciones gráficas, procure elegir adecuadamente las escalas de los ejes:

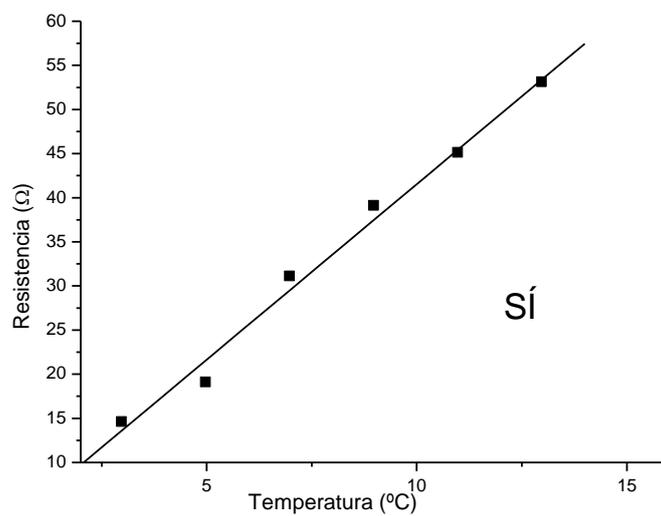
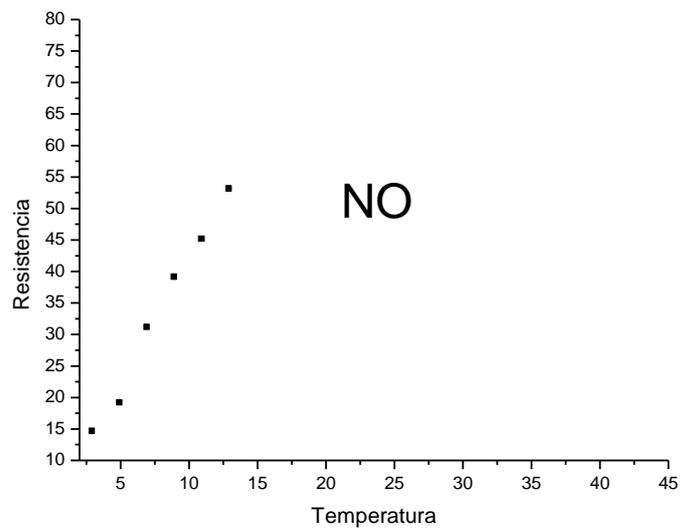


Fig. X. Resistencia de la muestra de cobre frente a la temperatura.

## ÍNDICE

|   |    |
|---|----|
| 1. Difracción de rayos X .....  | 9  |
| 2. Difracción de electrones .....   | 17 |
| 3. Microscopio de emisión de campo .....  | 24 |
| 4. Fonones en una red cristalina. Demostración de laboratorio<br>usando analogías eléctricas..... | 33 |
| 5. Superconductividad .....   | 39 |
| 6. Conductividad eléctrica y térmica de metales.....  | 52 |
| 7. Determinación de la banda prohibida del germanio.....  | 60 |
| 8. Efecto Hall en semiconductores .....   | 66 |
| 9. Efecto Hall en metales .....   | 74 |
| 10. Efecto de la temperatura sobre la conductividad de los metales .....                          | 80 |
| 11. Fotoconductividad .....   | 85 |
| 12. Luminiscencia .....   | 93 |



# 1. DIFRACCIÓN DE RAYOS X

## OBJETO

El objetivo esencial de esta práctica es la determinación de estructuras cristalinas utilizando difracción de rayos X. Para ello, se medirá la intensidad difractada para un conjunto de ángulos desplazando un contador Geiger alrededor de muestras monocristalinas. Utilizando la ley de Bragg se determinará el espaciado de la red en dos monocristales del sistema cúbico (KCl, etiqueta de color verde; RbCl, etiqueta de color rojo).

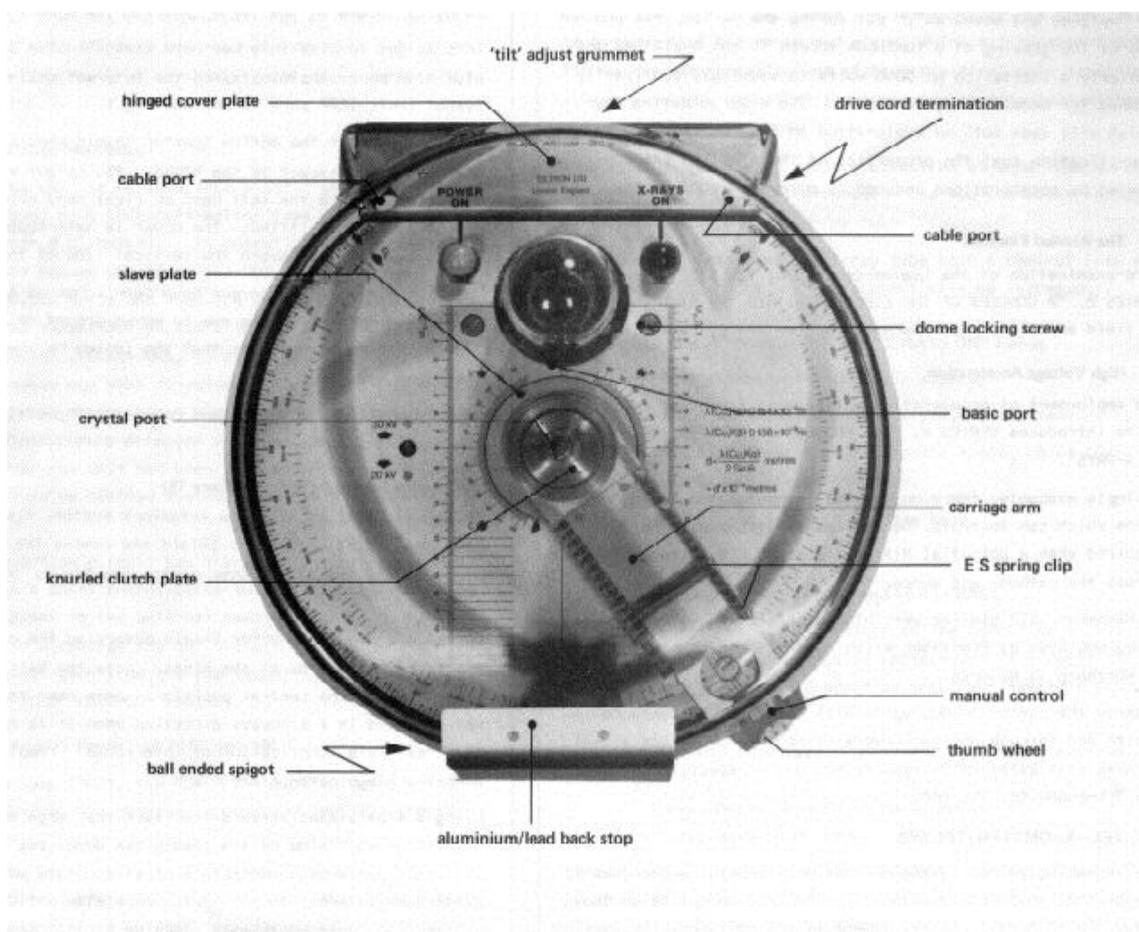


Fig. 1. Dispositivo experimental

## INFORMACIÓN SOBRE SEGURIDAD

Como sabe, la producción de rayos X requiere elevadas tensiones de aceleración de los electrones emitidos por un filamento incandescente en un tubo de alto vacío. La alta tensión y la propia radiación electromagnética (los rayos X) producida son fuentes potenciales de riesgo, por lo que, ante todo, **no debe poner en marcha el dispositivo sin haber leído y entendido estas instrucciones**. La Figura 1 es una fotografía del aparato que usaremos (TEL-X-OMETER, Teltron Ltd., Inglaterra).

Incluye básicamente tres sistemas de seguridad:

- *Una pantalla frontal de plomo* (el plomo absorbe los rayos X muy eficazmente) que impide la salida del haz directo de rayos X, que se originan en la cúpula central de vidrio (que a su vez contiene plomo, de modo que no se emiten rayos X más que en la dirección frontal).
- *Un sistema de desconexión de la alta tensión en cuanto la cubierta de plástico se abre*. Esta apertura es posible sólo si se desliza lateralmente la citada cubierta. En la posición central está bloqueada.
- El sistema de producción de la alta tensión carga varios condensadores con una tensión de 30 kV. Cuando se desconecta la tensión, ya sea automáticamente (mediante el temporizador incorporado) o manualmente (mediante el interruptor lateral del aparato), los condensadores quedan cargados, y su descarga puede durar horas. Esto podría provocar un accidente si se manipula el interior del dispositivo en este periodo, e incluso la emisión de un pulso de rayos X, que saldría al exterior con o sin los mecanismos de protección. Por ello, *al desconectar la tensión, observaremos un corto pulso de energía en el filamento, que sirve para que se descarguen los condensadores*.

## RADIACIONES IONIZANTES EMITIDAS

El dispositivo está certificado por el Comité Británico de Protección contra la Radiación y cumple todas las normas de la Comisión Internacional de Protección Radiológica. También está aceptado por el Ministerio de Educación Británico para su uso en

centros docentes. Conviene en todo caso que el usuario conozca los niveles de radiación a los que se halla expuesto.

En las condiciones normales de trabajo (30 kV de tensión, 80  $\mu$ A de corriente máxima en el tubo), la dosis equivalente recibida a 10 cm del dispositivo es menor de 1  $\mu$ Sv/h (micro-Sievert/hora; 1 Sievert equivale a una dosis de radiación de 1 J/kg). Quiere esto decir que durante la realización de los experimentos que se describirán a continuación los usuarios habrán recibido unos 2  $\mu$ Sv. Esta es una dosis realmente pequeña: tenga en cuenta que la dosis anual promedio que recibimos en España debido exclusivamente a radiación natural es de 2.5 mSv.

## FUNDAMENTO TEÓRICO

Cuando radiación de cualquier tipo con longitud de onda adecuada y vector de onda  $\mathbf{k}$  incide sobre un cristal, se produce interacción entre dicha radiación y los átomos de la muestra, de modo que se observará intensidad difractada con vector de onda  $\mathbf{k}'$  si el vector de scattering

$$\Delta\mathbf{k} = \mathbf{k}' - \mathbf{k}$$

coincide con algún vector  $\mathbf{G}$  de la red recíproca del cristal. Esta condición (llamada condición de Laue) tiene su interpretación geométrica en términos de la ley de Bragg:

$$\lambda = 2d_{hkl} \sin \theta$$

siendo  $\lambda$  la longitud de onda de la radiación incidente, y  $\theta$  el ángulo entre ésta y la familia de planos de red con índices de Miller ( $hkl$ ), caracterizados por una separación  $d_{hkl}$  entre cualesquiera dos sucesivos.

Esquemáticamente (v. Fig. 2):

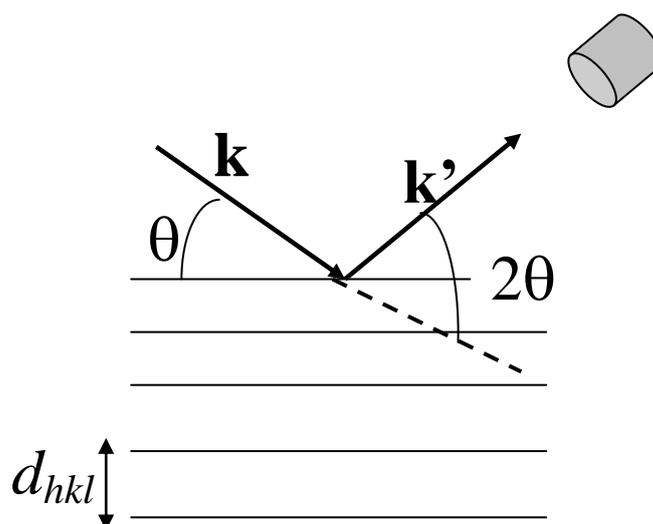


Fig. 2. Esquema de la situación relativa del haz incidente, los planos cristalinos y el detector, según la ley de Bragg.

Si los planos de índices  $(hkl)$  forman un ángulo  $\theta$  con la radiación incidente, un detector colocado en posición  $2\theta$  respecto al haz incidente nos indicará máximo de difracción. De otro modo, si situamos el detector en  $2\theta$ , es necesario que los planos a los que corresponde un ángulo de Bragg  $\theta$  estén colocados como indica la Figura, respecto del haz incidente.

En nuestro dispositivo, esto se asegura porque al girar el brazo de detección (Fig. 1) un cierto ángulo, el cristal gira justamente la mitad. De ese modo, cuando los planos adecuados formen el ángulo predicho por la ley de Bragg, el detector estará en un ángulo doble.

## METODOLOGÍA

### 1. Colocación de la muestra

Utilizando los guantes que se le entregarán, sitúe el monocristal de KCl en el soporte de muestra, tal como indica la Fig. 3. Los monocristales son frágiles y caros; si es posible, pida ayuda al profesor/a del laboratorio.

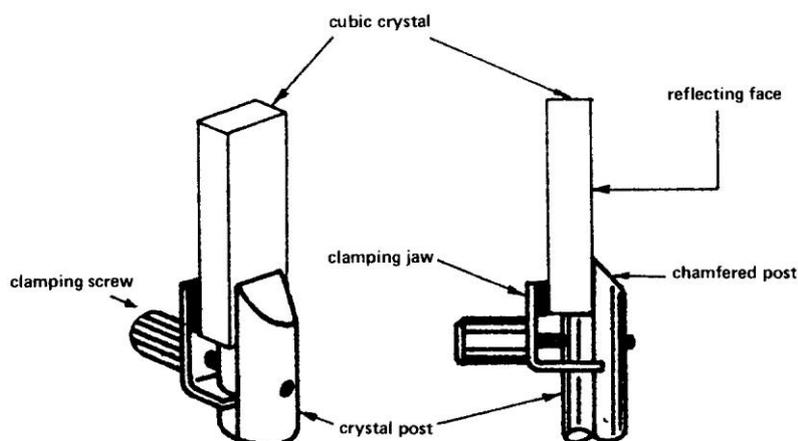
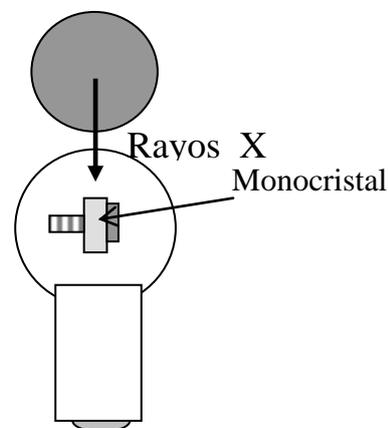


Fig. 3. Colocación del monocristal.

El prisma que constituye la muestra está preparado de modo que las caras de aspecto mate son planos (100). Debe colocarlo de modo que cuando el brazo portador del detector esté situado en  $2\theta = 0$ , la cara mate sea paralela a los rayos X incidentes, como se esquematiza en Fig. 4.

Fig. 4. Orientación del monocristal respecto al haz incidente.



## 2. Preparación del detector

Los rayos X dispersados se detectan mediante un contador Geiger que estará colocado en la posición 26 del carro que se halla sobre el brazo de detección. Delante del contador (posición 18) habrá de colocarse un diafragma de 1 mm de anchura con la ranura vertical, y, finalmente, en la posición 13 habrá de estar un diafragma de 3 mm, con la misma orientación. El dispositivo contador ("Scaling Ratemeter") alimenta igualmente al tubo Geiger; habrá de situar el selector de la parte superior izquierda en la posición "2K". Así, el dispositivo está permanentemente contando los pulsos del tubo Geiger. El conteo se transforma en una señal

de tensión que se recoge en los terminales “0-1 Volt out”, conectados al ordenador mediante una conexión USB. Abra el programa de medida “MEASURE” de Phywe y seleccione “Cargar” para medir de acuerdo con un protocolo ya programado. Seleccione “rayosX.mop”. Este programa mide y representa la tensión una vez por segundo. No inicie todavía la medida. Asegúrese solamente de que el módulo Scan Console esté conectado al motor del difractor (terminal rotulado “Autoscan”).

### **3. Datos intensidad dispersada-ángulo. Monocristal de KCl**

- a) Conecte ya el difractor: para ello, la cubierta de plástico debe estar cerrada, y su pestillo ha de estar en el centro de la ranura donde acopla (recuerde que esto exige desplazar lateralmente la cubierta).
- b) Ponga en marcha el temporizador de la parte inferior del dispositivo, y oprima el pulsador que hay a su izquierda: observará que se ilumina el piloto rojo. En este momento se están emitiendo rayos X.
- c) Conecte el enchufe común a los módulos Scan Console y Ratemeter (en este momento las cuentas del tubo Geiger ya serán audibles) y seleccione en el primero 12 o 60 pps (pulsos por segundo en el motor), F o R para girar a derechas o izquierdas, y RUN. Con todo ello sitúe el brazo detector en 19 grados, punto de partida.
- d) A continuación, seleccione STOP, F, 3 pps y RUN. El brazo iniciará su movimiento de ángulos crecientes.
- e) Cuando pase por 20°, inicie la medida en el programa. Deténgala cuando el brazo llegue a 100°.
- f) Al detener la medida, puede abrir la Tabla de datos, que debe exportar como texto para posteriormente hacer el tratamiento. Guárdelos en un archivo y recuerde el nombre utilizado.

### **4. Datos intensidad ángulo. Monocristal de RbCl**

Repita los apartados **1-3** con el monocristal de RbCl, que también está disponible con el material de la práctica.

## RESULTADOS Y CUESTIONES

**R.1.** Represente, en dos gráficas independientes, los datos intensidad-ángulo para cada uno de los cristales. Observará que antes de la aparición de la primera línea intensa (verdadera línea de difracción) aparece una región en la que la intensidad tiene un valor moderado: se debe a la transmisión de radiación “blanca” o de frenado (“Bremstrahlung”). Esta intensidad pasa por un máximo para decrecer después y finalmente dar paso a las líneas de difracción.

**R.2.** Indique en una Tabla los valores del ángulo de Bragg  $\theta$  para cada una de las líneas observadas.

**C.1.** Calcule teóricamente los valores de  $(hkl)$  para los cuales se observará máximo de difracción en una red fcc. De entre ellas indique todas las que se podrían observar en este experimento [por la disposición del cristal, sólo son  $(h00)$ ].

**R.3.** Asigne índices  $(hkl)$  a las líneas observadas en los diagramas de difracción obtenidos, teniendo en cuenta que:

- Ambos cristales tienen estructura fcc.
- La radiación emitida contiene dos líneas características del cobre: la  $K_\alpha$  ( $\lambda = 1.54 \text{ \AA}$ ; es la más intensa) y la  $K_\beta$  ( $\lambda = 1.38 \text{ \AA}$ ; es menos intensa, por lo que puede que no aparezca a ángulos elevados).

**R.4.** Calcule los parámetros de red de ambos cristales, usando toda la información disponible. Compare con los datos bibliográficos ( $a_{\text{KCl}} = 6.29 \text{ \AA}$ ;  $a_{\text{RbCl}} = 6.58 \text{ \AA}$ ).

**C.2.** Los factores de forma de los iones  $\text{K}^+$  y  $\text{Cl}^-$  son prácticamente idénticos. ¿Tendrá esto algún efecto sobre las líneas de difracción que se pueden observar? Responda considerando líneas de índices  $(hkl)$  y particularice para líneas  $(h00)$ .

**C.3.** A partir de los datos obtenidos, calcule la densidad del cloruro potásico y el cloruro de rubidio, y compárelas con los datos bibliográficos ( $\rho_{\text{KCl}} = 1984 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_{\text{RbCl}} = 2800 \text{ kg/m}^3$ ).

**BIBLIOGRAFÍA**

C. Kittel. *Introducción a la Física del Estado Sólido*. Reverté, Barcelona, 1995.

M. Rodríguez Gallego. *La difracción de los rayos X*. Alhambra, Madrid, 1978.

## 2. DIFRACCIÓN DE ELECTRONES

### OBJETO

Se pretende la observación experimental del fenómeno de la difracción de radiación por una red cristalina. Usando electrones emitidos por un filamento caliente y acelerados por medio de una elevada diferencia de potencial, se determinarán algunas magnitudes características de la estructura cristalina del grafito.

### FUNDAMENTO TEÓRICO

Sabemos que se puede obtener información sobre la estructura de algunos sólidos cristalinos a partir de la observación macroscópica o microscópica de la morfología externa de una muestra. Hay además técnicas basadas en la interacción de luz visible con defectos superficiales para poder orientar una muestra monocristalina de estructura conocida. Pero no hay posibilidad de determinar posiciones o espaciados atómicos ( $\approx \text{Å}$ ) a partir de luz visible o ultravioleta.

La microscopía en el sentido convencional implica que la longitud de onda de la radiación usada es menor que las distancias que se han de resolver, de modo que se aplicarán las leyes de la óptica geométrica. Para la determinación de estructuras, se trabaja en cambio usando técnicas de difracción, con radiación de longitud de onda comparable con las dimensiones atómicas. La difracción nos da información en términos de distancias promedio entre planos, ángulos entre planos o direcciones, e incluso posiciones de las distintas especies atómicas en el cristal.

Como ya sabemos, fue von Laue quien en 1912 sugiri3 por primera vez que un cristal se podr3a considerar como una red tridimensional de difracci3n para los rayos X de longitud de onda comparable a los espaciados at3micos en el cristal, y que las figuras de difracci3n (distribuciones angulares de intensidad) obtenidas podr3an dar informaci3n sobre los ordenamientos at3micos cristalinos. Aunque hoy d3a son tambi3n los R-X los m3s utilizados en la caracterizaci3n estructural de los s3lidos, se usan igualmente electrones y neutrones.

En este experimento de laboratorio usaremos precisamente difracci3n de electrones. Para que nos hagamos una idea de los 3rdenes de magnitud implicados, digamos que si se

desea un haz de electrones de longitud de onda  $\lambda = 1 \text{ \AA}$ , la energía requerida es de 150 eV, de acuerdo con la ecuación de De Broglie ( $V$  es la tensión de aceleración):

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = \frac{h}{\sqrt{2meV}}$$

(un electrón con esta energía se mueve con una velocidad de unos  $7 \times 10^6 \text{ m/s}$ ).

La difracción de electrones por un monocristal (demostrada por primera vez por Davisson y Germer en 1927) o por una película delgada (Thompson, 1927) es una demostración clara de la dualidad onda-partícula de los electrones, así como de la periodicidad de la ordenación atómica de un cristal. Como ya sabemos, debido a que el electrón es una partícula cargada, interactúa muy fuertemente con los átomos del sólido, y un haz de electrones sólo puede penetrar por ello unos centenas de  $\text{\AA}$  en el interior del cristal. Por esta razón, la difracción de electrones será útil en los siguientes casos:

- a) Cuando se trate de estudiar capas o estados superficiales en los cristales.
- b) En el análisis de sólidos dispuestos en forma de capas delgadas. Así es la geometría de la muestra de grafito que utilizaremos en nuestro experimento.

Cuando un haz de electrones se dirige contra un blanco sólido, una parte puede atravesarlo sin desviarse, y otra sufrirá scattering, siendo en este caso absorbida, reflejada o transmitida. La Fig. 1 lo esquematiza. Recordemos que sólo si el blanco es suficientemente delgado se podrá dar la transmisión.

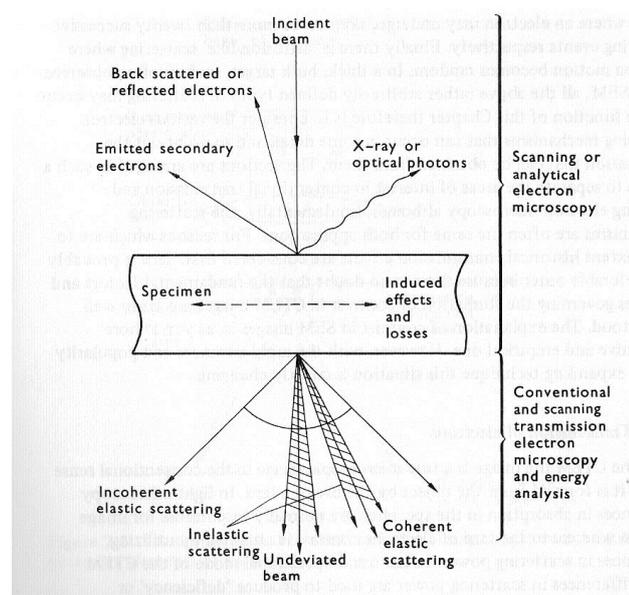


Fig. 1. Interacción de electrones con un blanco sólido.

Si la muestra es cristalina (basta con que contenga granos cristalinos mayores de alrededor de 2-10 nm) dará lugar a ondas electrónicas difundidas de modo coherente. Estas ondas tienen relaciones de fase bien definidas entre sí y con el haz incidente, lo que dará lugar a que aparezcan fenómenos de difracción y efectos de interferencia, con máximos de intensidad para determinados ángulos. Los requerimientos para que se dé difracción de electrones se resumen en el modelo de Bragg, según el cual podemos imaginar que las ondas planas del haz monoenergético incidente se "reflejan" en planos de átomos del cristal. La diferencia de camino óptico entre los haces paralelos ABC y DEF después de reflejarse es  $2d \sin \theta$ , siendo  $d$  la separación entre los dos planos. La condición de interferencia constructiva nos lleva directamente a la ecuación de Bragg:

$$\lambda = 2d \sin \theta$$

Los valores típicos de  $d$  y  $\lambda$  son 0.2 nm y 4 pm (electrones de 10 keV), con lo cual  $\theta$  tomará valores próximos a  $1^\circ$ . Esto significa que los planos responsables de la difracción serán casi paralelos al haz incidente. Las fotografías de la Fig. 2 son ejemplos de las figuras de difracción obtenidas con muestras mono y policristalinas.

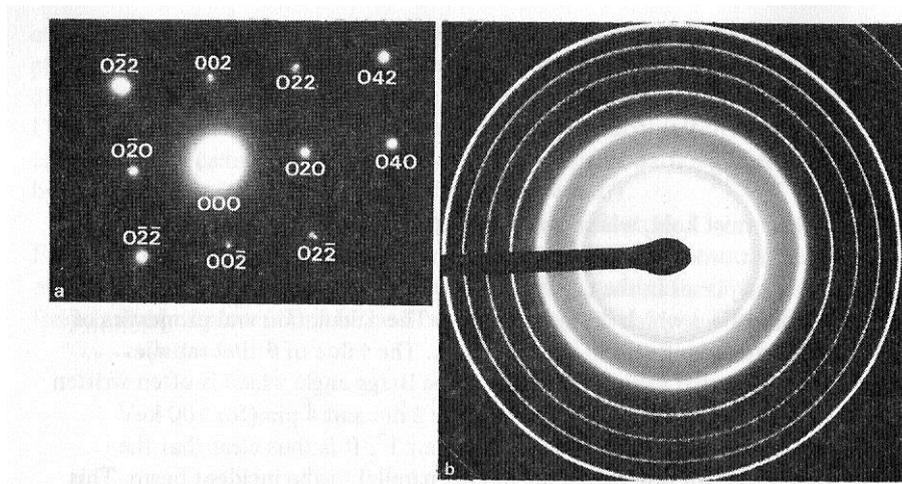


Fig. 2. Patrones de difracción de (a) un monocristal de Niquel y (b) una película policristalina de cloruro de talio

La muestra usada en nuestro experimento será una película de polvo de grafito. La estructura cristalina de este material se muestra en la Fig. 3. Como se observa, se trata de una red de Bravais hexagonal con cuatro átomos por celda primitiva. Los planos perpendiculares

al eje  $c$  forman una estructura en forma de panal de abeja, y la separación entre planos sucesivos de átomos es casi 2.4 veces mayor que la distancia entre vecinos más próximos.

### METODOLOGÍA

El montaje experimental se muestra en la Fig. 4. La parte esencial (**¡y más delicada: lea cuidadosamente estas notas antes de conectar el conjunto!**) es el tubo de difracción de electrones. Consta de los siguientes elementos:

1. Sistema de electrodos con cátodo calentado indirectamente.
2. Lámina portadora de grafito policristalino pulverizado.
3. Pantalla fluorescente.
4. Conexión al ánodo.
5. Conexiones al filamento calentador.
6. Conector de 2 mm para el cátodo.
7. Adaptador 2 mm/4 mm para 6.

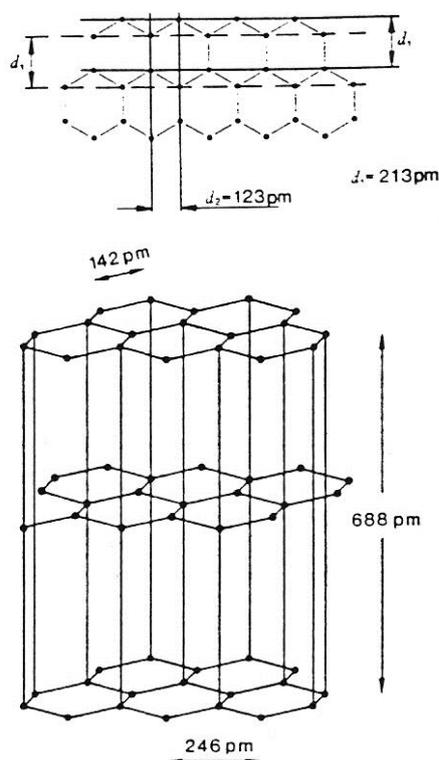


Fig. 3. Estructura del grafito. Los puntos corresponden a átomos de carbono.

*El tubo* lleva también un imán que permite direccionar el haz, en caso de que éste no caiga sobre una zona adecuada de la lámina portadora de grafito. La distancia entre la lámina de

grafito y la pantalla fluorescente es de 13.5 cm, mientras que el diámetro del bulbo es 13 cm.

En el dispositivo, se separa un haz fino de electrones a partir de los emitidos por el cátodo caliente usando un diafragma. El haz pasa después por un sistema de enfoque y atraviesa la muestra de grafito. Los electrones difractados forman un par de anillos (los anillos de radio mayor tienen una intensidad demasiado baja) cuyo diámetro dependerá de la longitud de onda del haz utilizado (fijada a su vez por la tensión de aceleración aplicada por la fuente de alto voltaje). Las fuentes de alimentación (de alta y de calentamiento) deben colocarse lo más lejos posible del tubo para evitar que sus campos magnéticos afecten a las trayectorias de los electrones.

Para la realización del experimento se seguirán las siguientes etapas:

1. Conecte la tensión de filamento y varíe lentamente el cursor del reostato hasta que se alcance una corriente (mA AC) que **nunca deberá ser mayor de 0.3 A**.
2. Conecte la fuente de alta tensión, y varíe **gradualmente** el potencial aplicado entre 2.5 y 5 kV.

**IMPORTANTE:** Verifique constantemente que la corriente  $I_{EM}$  no supere nunca el valor de 300 microamperios. **Si esto ocurre**, desconecte de inmediato la alta tensión mediante el doble interruptor que forma parte del montaje de la práctica, lleve a cero la fuente de alta tensión y descárguela cortocircuitando las bornas. **Es peligroso tocar zonas de alta tensión; la conexión 4 debe ser segura.**

3. Para cada valor de la tensión aplicada, determine el diámetro (distancia  $2r$  en la Fig. 4) de los dos anillos de difracción que observará (use para ello el calibre digital). Promedie el valor obtenido usando los bordes externo e interno de cada anillo.

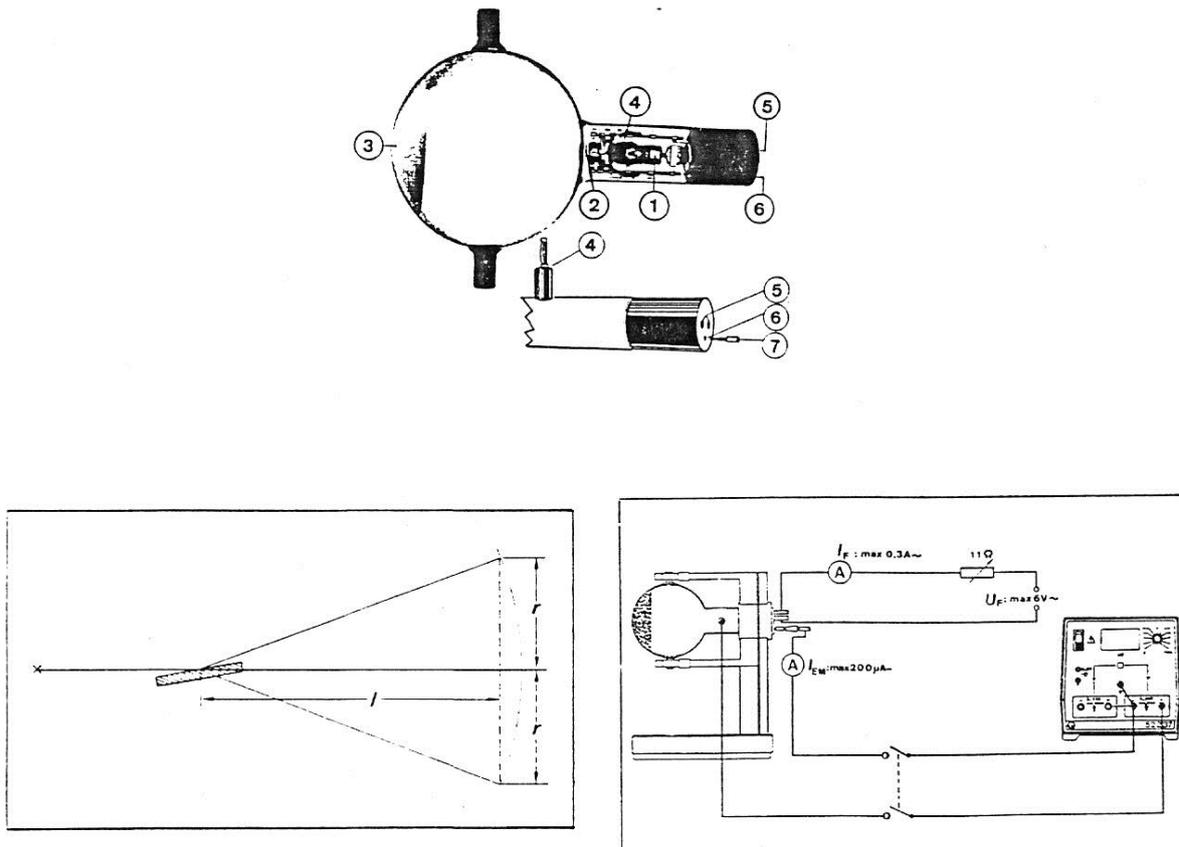


Fig. 4. Esquema del montaje utilizado y de la obtención de anillos de difracción de Debye-Scherrer.

## RESULTADOS Y CUESTIONES

**R.1.** El ángulo de Bragg puede calcularse a partir del radio de los anillos de interferencia. Demuestre que, para ángulos de Bragg pequeños se tiene:

$$r = n \frac{l}{d} \lambda \quad (1)$$

Por tanto, representando  $r$  frente a  $\lambda$  debe obtenerse una línea recta de pendiente  $nl/d$ . Suponiendo  $n = 1$  en ambas rectas, calcule las distancias  $d$  de la estructura características de cada anillo. Realice un ajuste por mínimos cuadrados para este cálculo. De igualmente el error que estima para  $d$  en cada caso. Compare los valores obtenidos con los que se dan en la Fig. 4.

**R.2.** Puede también utilizarse el experimento suponiendo conocidas las distancias interplanares  $d$ , para calcular la constante de Planck usando la ecuación de de Broglie. Para ello, escribamos la ec. (1) de la forma:

$$r = n \frac{l}{d} \frac{h}{\sqrt{2meV}}$$

de modo que representando  $r$  frente a  $V^{-1/2}$  se debe obtener una recta cuya pendiente está relacionada con  $h$ . Obtenga esta gráfica para los dos anillos y realice un ajuste por mínimos cuadrados de los datos para estimar  $h$ . Compare el valor obtenido con el que se encuentra en la bibliografía.

**C.1.** Compruebe con ayuda de las Figuras incluidas que la estructura del grafito es hexagonal simple con base de cuatro átomos. Justifique sus razonamientos detalladamente.

**C.2.** Demuestre la ec. (1).

### BIBLIOGRAFÍA

J.S. Blakemore (1974): *Solid State Physics*. W.B. Saunders Co., Philadelphia.

P.J. Brown, J.B. Forsyth (1973): *The Crystal Structure of Solids*. E. Arnold, Londres.

P.J. Grundy, G.A. Jones (1976): *Electron Microscopy in the Study of Materials*. E. Arnold, Londres.

Leybold Didactic GMBH (1991): *Electron beam diffraction tube: Instruction Sheet*. Cat. No. 55517.

### 3. MICROSCOPIO DE EMISIÓN DE CAMPO

#### OBJETO

Se pretende la comprensión de los conceptos asociados al fenómeno de la emisión de campo mediante la realización de diversos experimentos con un modelo de laboratorio del microscopio de emisión de campo de Erwin Müller.

#### FUNDAMENTO TEÓRICO

Se conoce como **emisión de campo** el fenómeno consistente en la emisión de electrones desde la superficie de un conductor provocada por un intenso campo eléctrico externo aplicado. Su explicación mecanocuántica se debió a Fowler y Nordheim en 1928.

Como muestra la Fig. 1, la energía de un electrón en un sólido viene determinada por la suma de sus energías cinética y potencial. Pero incluso el electrón más energético de un sólido tiene una energía total mucho menor que otro que estuviese en reposo fuera del sólido, debido a la gran energía potencial negativa del primero. Para extraer el electrón del cristal al vacío exterior es necesario comunicarle la energía necesaria para que pueda sobrepasar la barrera de potencial, cuya altura, llamada *función trabajo*  $\phi$ , es del orden de unos cuantos eV por electrón. La Fig. 1 es una versión muy simple de las características de la barrera de potencial. No tiene en cuenta que cuando el electrón que escapa del metal está a unos pocos Å de la superficie debe experimentar una fuerza atractiva imagen dándose la curva (b) de la Fig. 2. Por otro lado, como se muestra en la curva (c), la presencia de un campo eléctrico externo produce una ligera disminución de la función trabajo.

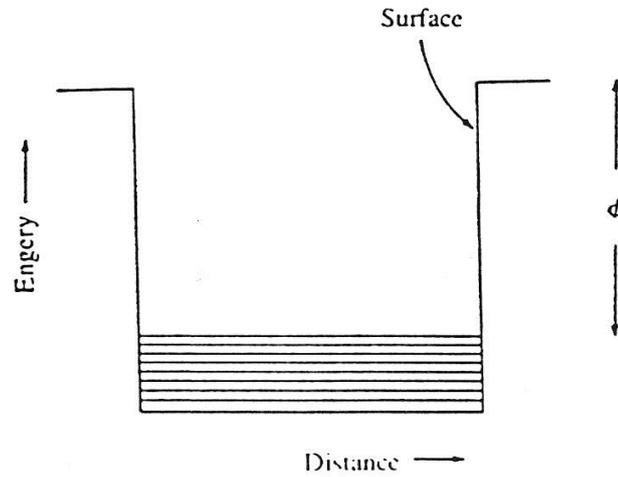


Fig. 1. Esquema de niveles de energía de los electrones en un sólido.

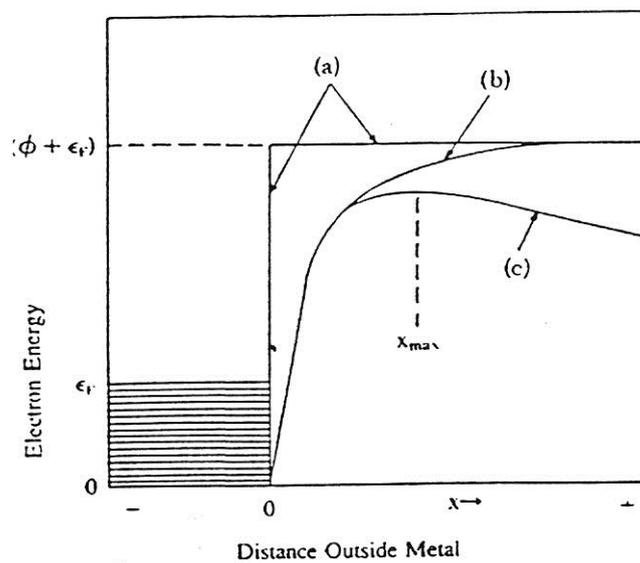


Fig. 2. Niveles de energía del electrón en el metal y en el exterior. (a): Sin considerar la fuerza imagen; (b): Teniendo en cuenta la fuerza imagen entre el electrón y el metal; (c): Modificación de la barrera por un campo externo.

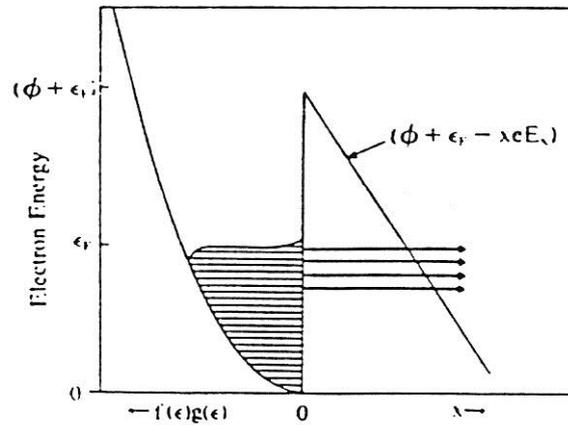


Fig. 3. Barrera de potencial en la superficie de un metal cuando se aplica un campo eléctrico muy elevado.

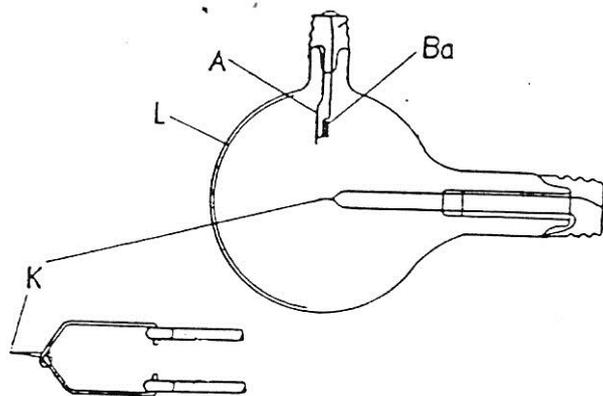


Fig. 4. Microscopio de emisión de campo.

A: ánodo; K: cátodo; L: pantalla de fósforo.

Supongamos ahora que se aplica un campo extremadamente elevado (del orden de  $10^8$  V/m). Como se ilustra en la Fig. 3, la barrera de potencial superficial se hace tan delgada que los electrones la pueden atravesar por efecto túnel. Para cierta intensidad de

campo crítica, la barrera es tan delgada que los electrones con  $E = E_F$  tienen probabilidad finita de transmisión. Para campos más elevados, el efecto túnel puede ocurrir para electrones de energías menores. Debido a los elevados campos eléctricos necesarios, la única posibilidad de observar el efecto es dándole al cátodo forma de punta perfectamente limpia y uniforme. Este es el método seguido en el microscopio de emisión de campo, introducido en 1937 por Müller. La Fig. 4 muestra en esquema el diseño utilizado en esta práctica. Los electrones que emergen radialmente de la punta de tungsteno aproximadamente esférica producen una imagen de la superficie emisora por proyección directa en una pantalla fluorescente. El aumento que se puede obtener viene determinado por la relación entre la distancia a la pantalla y el radio de la punta. En nuestro caso, la punta de wolframio utilizado tiene un radio comprendido entre  $0.1-0.2 \mu\text{m}$ . La resolución del microscopio (o distancia mínima que ha de existir entre dos objetos situados en la punta emisora para que sus imágenes se puedan apreciar como distintas en la pantalla) puede llegar a ser de unos pocos Å en condiciones normales de trabajo.

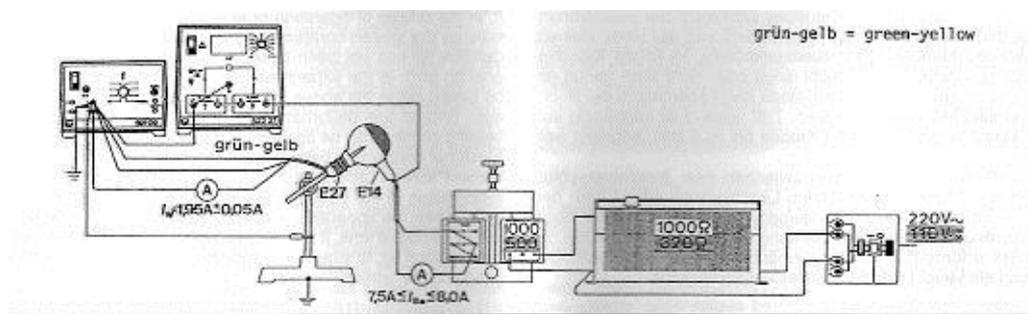


Fig. 5. Esquema del dispositivo a utilizar.

La imagen producida muestra la estructura cristalina del emisor, dado que la función trabajo de los diferentes planos expuestos en la punta es distinta para cada uno de ellos. Digamos finalmente que, debido a que cambia por la adsorción de incluso una pequeña cantidad de distintos compuestos, el microscopio se puede aplicar convenientemente al estudio de la adsorción en la superficie de estos compuestos, tales como gases (hidrógeno, oxígeno, CO, gases inertes) o metales alcalinos y alcalino-térreos (Ba en el experimento que realizaremos).

## METODOLOGÍA

El dispositivo utilizado se muestra en la Fig. 5, y corresponde a un diseño para uso de laboratorio realizado por Leybold-Heraeus. Incluye, como se observa en la Figura, una fuente de alta tensión (hasta 25 kV), una fuente de alimentación de hasta 15 V y 2 A (para calentamiento del cátodo), un sistema de calefacción del ánodo para deposición de Ba (reostato, transformador, interruptor de seguridad), polímetros, y la cámara de alto vacío que constituye el microscopio propiamente dicho.

Los siguientes puntos muestran el proceso a seguir para realizar el conjunto de experimentos que se propone:

### *1. Limpieza del cátodo*

Es una operación esencial (**y muy delicada: síganse estrictamente estas instrucciones**) que deberá realizarse siempre antes de empezar la práctica, al finalizar, y cada vez que sea necesario por las razones que expondremos. Habrá de realizarse **SIN APLICAR ALTA TENSION**. Para ello, se conectará la fuente de baja tensión aplicando 6 V y seleccionando la corriente máxima en 2 A, usando el control "Current". Se aumentará muy lentamente (usando el control situado en el panel) la corriente que pasa por el sistema de calefacción del cátodo hasta llegar a 1.6-1.8 A, valor que **bajo ningún concepto podrá sobrepasarse**. Una vez obtenida esta corriente máxima, se mantendrá durante 5 min aproximadamente, y después se irá disminuyendo hasta cero.

Como la punta del cátodo puede destruirse muy fácilmente, habrá que tener en cuenta las siguientes normas:

- i) No aplicar bruscamente la corriente máxima. Hágase esto muy poco a poco.
- ii) No aplicar jamás simultáneamente la alta tensión y la máxima corriente de calentamiento del cátodo.
- iii) Una vez alcanzada la máxima corriente de calentamiento, ésta no debe variarse hasta terminada la limpieza.

Durante toda la práctica, si se aprecian fenómenos luminosos anormales, deberá cortarse la alta tensión y proceder a una nueva limpieza de acuerdo con el procedimiento descrito. Si los fenómenos persisten, téngase en cuenta que podríamos hacerlo de nuevo, teniendo en cuenta que el tiempo máximo de calentamiento podría ser de hasta 5 minutos.

## *2. Observación de la punta de wolframio*

Una vez que se ha limpiado de cátodo, estamos en condiciones de visualizar la estructura cristalina del material utilizado, wolframio. Este metal cristaliza en el sistema cúbico, con celda unidad de 0.316 nm de lado. La muestra de W está en el centro de la superficie esférica de la lámpara de alto vacío y está orientada de modo que la dirección [110] corta en su centro a la pantalla de fósforo.

**ATENCIÓN: LAS ENTRADAS DE LA FUENTE DE Ba DEBEN ESTAR DESCONECTADAS. DE NO PROCEDER ASÍ, PUEDE EXPERIMENTAR DESCARGAS DE ALTA TENSIÓN EN EL MULTÍMETRO Y REOSTATO.**

Para observarlo, conéctese la fuente de alta tensión y aumentese la tensión lentamente hasta unos 6 u 8 kV. Cuando se alcancen estos valores se observará una luminosidad fluorescente verde en la pantalla, con una mancha oscura en el centro y otras más pequeñas a su alrededor, tal como se muestra en la Fig. 6. La misma Figura muestra lo que ocurre al cabo de unos minutos de observación: los átomos del gas residual se depositan poco a poco sobre el cristal, alternando la imagen.

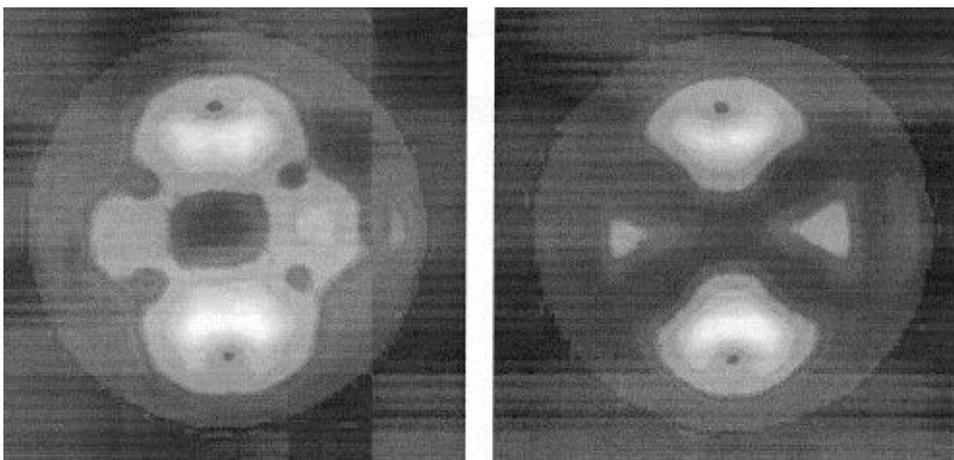


Fig. 6. Observaciones en la pantalla del microscopio de emisión de campo (izquierda, recién terminada la limpieza; derecha: al cabo de unos 3 min).

### 3. Visualización de átomos individuales. Deposición de Ba.

Ya se mencionó antes la importancia que tiene la posibilidad de que se puedan depositar átomos o moléculas de otras sustancias en la superficie de la punta. En nuestro dispositivo se utiliza Bario puesto que se requiere que la sustancia a depositar tenga tamaño atómico suficiente y que sea fácil arrancarle electrones, imprescindibles para su visualización en la pantalla de fósforo. El depósito de Bario se realizará del siguiente modo:

Con la fuente de alta tensión desconectada hacemos pasar por el filamento (anillo) del ánodo una corriente de 7.5 a 8 A durante 30 a 60 s. La corriente se puede variar mediante el autotransformador incluido en el montaje. Durante el calentamiento, observe que la reserva de Ba (anillo) se irá poniendo incandescente. Desconecte el calentamiento transcurrido el tiempo especificado.

Los átomos de Ba evaporados se condensarán sobre la superficie del cátodo, y el efecto de este proceso se puede observar conectando nuevamente la alta tensión (no olvide desconectar de nuevo los terminales de la fuente de Ba): Aparecerán entonces puntitos brillantes sobre la imagen habitual del W en la pantalla; la agitación térmica de la red les hará cambiar de posición, lo que se hace más visible en las zonas oscuras. El proceso se

observará en primer lugar en los planos  $\{101\}$  (bordes de la pantalla fluorescente), aunque después los átomos se desplazan a otras zonas también.

Puede ahora visualizarse mejor el movimiento de los átomos de Ba calentando muy ligeramente (nunca con más de 1 A Y SIEMPRE CON LA SUPERVISIÓN DEL PROFESOR/A) la punta de W: la agitación es tan intensa que se hace imposible identificar átomos individuales, que terminan concentrándose en zonas características entre las regiones oscuras, como se esquematiza en la Fig. 7.

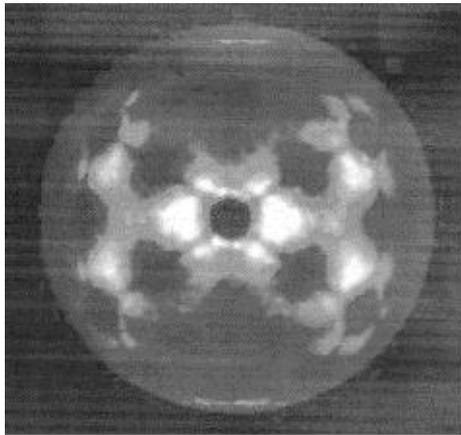


Fig. 7. Imagen final de la punta de wolframio con depósito de Ba.

#### 4. Limpieza del cátodo. (Véase 1)

### RESULTADOS Y CUESTIONES

**R.1.** Describa detalladamente todas sus observaciones.

**C.1.** ¿Por qué cree que aparecen oscuras ciertas zonas y claras otras en la pantalla?

**R.2.** Realice un esquema de la disposición de manchas en la pantalla durante su experimento. Compárelo con el de la Fig. 8, suministrado por el fabricante. Tenga en cuenta que las  $[111]$  y  $[11\bar{1}]$  son realmente manchas brillantes.

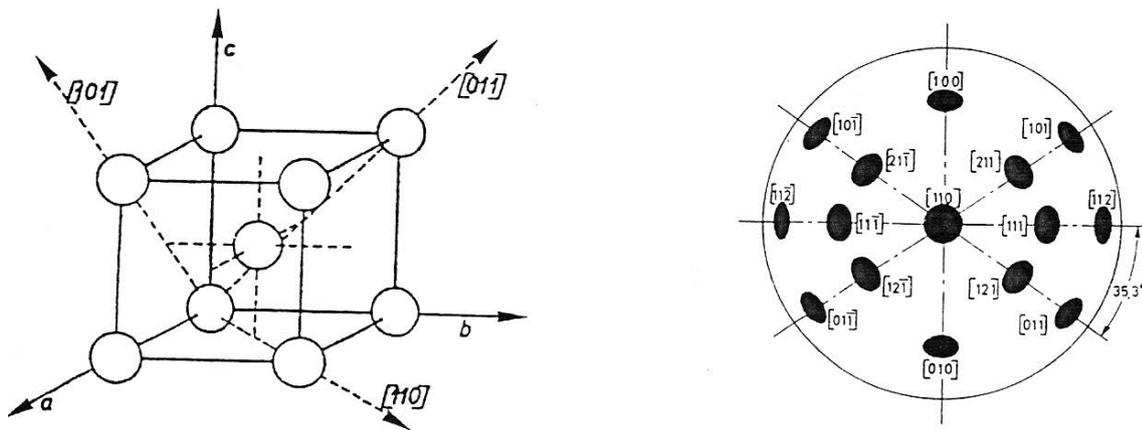


Fig. 8. Esquema de manchas en la pantalla del microscopio.

**R.3.** Estime el aumento del microscopio utilizado.

### BIBLIOGRAFÍA

J.S. Blakemore. *Solid State Physics*. W.B. Saunders. Philadelphia, 1974.

Leybold-Heraeus GmbH: *Field Emission Microscope. Directions for Use*. Ref.: 554 60. Köln, 1980.

R.M. Rose, L.A. Shepard, J. Wulff. *Ciencia de los Materiales*, Vol. IV (*Propiedades Electrónicas*). Limusa, México, 1968.

## 4. FONONES EN UNA RED CRISTALINA. DEMOSTRACIÓN DE LABORATORIO USANDO ANALOGÍAS ELÉCTRICAS

### OBJETO

Se pretende utilizar una analogía eléctrica para ilustrar aspectos cualitativos y cuantitativos de la propagación de ondas en una red cristalina. Se consideran en particular la red monoatómica lineal y la red diatómica lineal.

### FUNDAMENTO TEÓRICO

Como sabemos, una red monoatómica lineal (con interacción armónica entre n.n.) puede representarse mediante un conjunto de partículas de masa  $M$  conectadas por muelles de constante  $\gamma$ , como muestra la Figura 1. La relación de dispersión de ondas de red en ese cristal monodimensional se puede escribir:

$$\omega^2 = \frac{2\gamma}{M}(1 - \cos ka) \quad (1)$$

siendo  $k$  el número de ondas y  $a$  el parámetro de red.

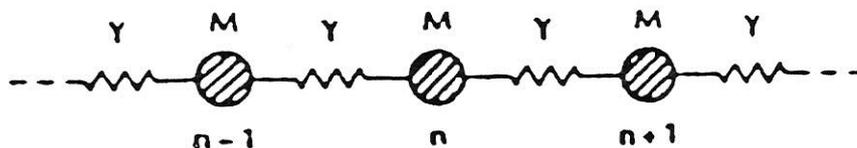


Fig. 1. Modelo de masas y muelles para red monoatómica monodimensional.

De modo análogo, podemos usar bobinas y condensadores para formar una línea de transmisión como se muestra en la Fig. 2. Sumando las corrientes existentes en la unión  $n$ ésima, se obtiene la siguiente ecuación para los voltajes  $V_n$ :

$$C \frac{d^2 V_n}{dt^2} + \frac{1}{L} (V_n - V_{n-1}) + \frac{1}{L} (V_n - V_{n+1}) = 0 \quad (2)$$

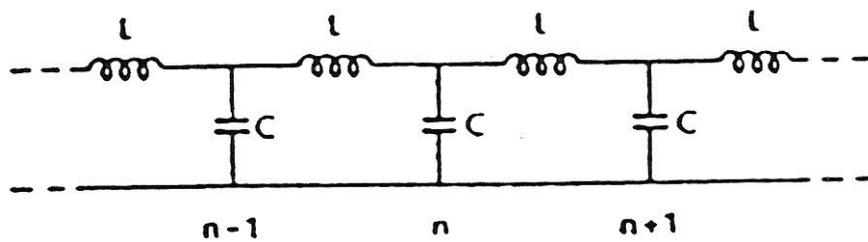


Fig. 2. Analogía eléctrica para la red mostrada en la Fig. 1, basada en bobinas (que simulan los muelles) y condensadores (que simulan las masas).

Si suponemos que por el circuito circula una corriente alterna de frecuencia  $\omega$ , la tensión en el nudo  $n$  se podrá escribir:

$$V_n = U_n e^{-i\omega t} \quad (3)$$

y, usando (2, 3),

$$-\omega^2 C U_n + \frac{1}{L} (2U_n - U_{n+1} - U_{n-1}) = 0 \quad (4)$$

ecuación que admite como soluciones:

$$U_n = U_0 e^{in\Delta\phi} \quad (5)$$

y  $\Delta\phi$  será el cambio de fase de la señal al pasar de un nudo o celda al siguiente. Sustituyendo (5) en (4):

$$\omega^2 = \frac{2}{LC} (1 - \cos \Delta\phi) \quad (6)$$

expresión formalmente idéntica a la correspondiente a la red, si se identifica el producto  $ka$  con el desfase por celda unidad,  $\Delta\phi$ , la masa con la capacidad, y la constante elástica con la inversa de la inductancia:

$$ka \Leftrightarrow \Delta\phi; \quad M \Leftrightarrow C; \quad \gamma \Leftrightarrow 1/L \quad (7)$$

Puede igualmente simularse a una red diatómica con átomos de masa alternativamente  $M_1$  y  $M_2$  mediante una línea de transmisión con condensadores alternativamente  $C_1$  y  $C_2$ . La relación de dispersión es:

$$\omega^2 = \frac{1}{L} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \pm \frac{1}{L} \sqrt{\left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)^2 - \frac{4}{C_1 C_2} \sin^2 \frac{\Delta\phi}{2}} \quad (8)$$

donde los signos + y - corresponden a las ramas “óptica” y “acústica”, respectivamente. Nótese que la celda unidad contiene dos nudos del circuito en este caso.

### METODOLOGÍA

La línea de transmisión ideal habría de tener bobinas de resistencia nula. Para aproximarnos a este ideal usaremos pequeñas bobinas de 1.5 mH de inductancia, de modo que se minimicen las pérdidas resistivas.

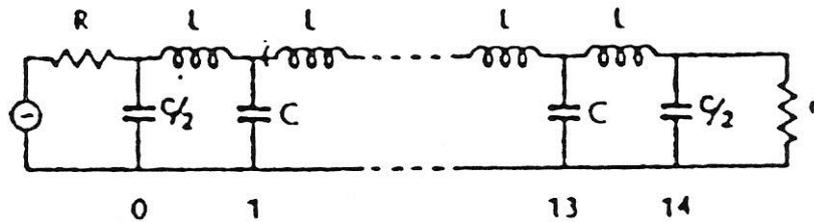


Fig. 3. Analogía eléctrica de la red monoatómica.

La resistencia característica es  $r$ . Normalmente es  $R \gg r$ .

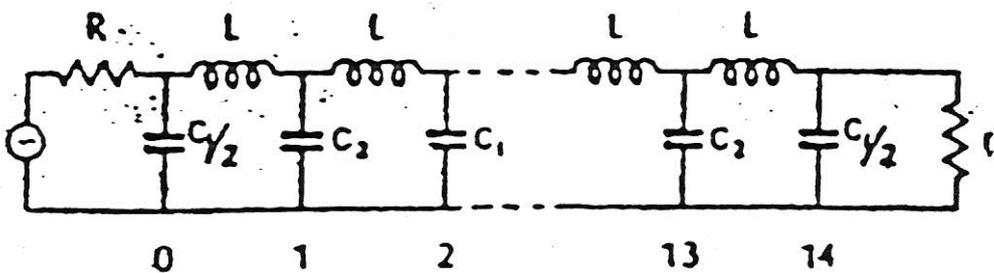


Fig. 4. Analogía eléctrica de la red diatómica.

Hay que mencionar la señal de alimentación de la línea de transmisión. En el caso de una red real de átomos excitada térmicamente, podríamos imaginar que cada átomo es excitado independientemente mediante un generador de ruido aleatorio. Sería difícil tratar una situación análoga en nuestra línea de transmisión; probablemente, no sería deseable, puesto que las oscilaciones resultantes serían difíciles de analizar. Puesto que tales

excitaciones podrían en todo caso ser consideradas como superposiciones lineales de vibraciones monocromáticas de cada átomo individual, no se pierde generalidad excitando simplemente un átomo (o condensador) particular usando un simple oscilador de audio. La Fig. 3 muestra una línea tal como la usada en el experimento, alimentada por un oscilador conectado al extremo izquierdo a través de una gran resistencia  $R$  (el oscilador, junto con esta gran resistencia pueden considerarse como una fuente de corriente constante). Cada unidad de la línea puede considerarse formada por una autoinducción  $L$  y dos condensadores  $C/2$  (Figura 3). Si la línea se termina mediante una impedancia puramente resistiva  $r$  dada por

$$r \cong \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (9)$$

se demuestra que sólo se propagan ondas de izquierda a derecha, y no existen ondas estacionarias en el medio.

De modo similar, para la red diatómica (Figura 4) la impedancia característica  $r$  viene dada por:

$$r \cong \sqrt{\frac{2L}{C_1 + C_2}} \quad (10)$$

## METODOLOGÍA

### 1. Red monoatómica lineal.

Se usan condensadores de  $C = 0.022 \mu\text{F}$ . El valor de  $r$  será en este caso  $260 \Omega$ . Se aplicará la señal del oscilador a la entrada de la línea (de 5 en 5 kHz, desde 5 kHz hasta que observe que las señales están en oposición de fase y con baja intensidad: se ha alcanzado la frecuencia máxima, que ocurre cuando el desfase es  $\pi$  rad).

Usando los dos canales del osciloscopio se podrá medir, para cada frecuencia ensayada, el desfase,  $\Delta\phi$ , entre los extremos de cualquier celda. Se recomienda medir la separación  $\Delta t$  en tiempo entre las señales obtenidas en dos celdas consecutivas (asegúrese de

que las tierras de los dos canales están en el eje central de la pantalla del osciloscopio) como se muestra en la Fig. 5. El desfase se calcula entonces como  $\Delta\phi = 2\pi\nu\Delta t$ .

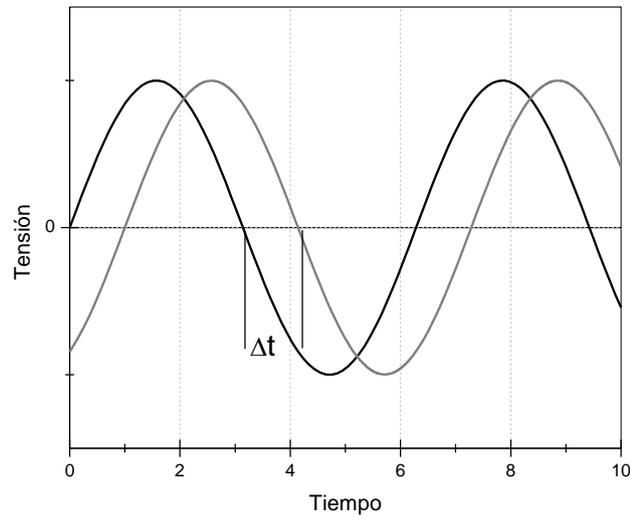


Fig. 5. Señales en el osciloscopio. Desfase temporal entre ellas:  $\Delta t$ .

## 2. Red diatómica lineal.

Los condensadores  $C_1$  serán de la misma capacidad que los usados en el apartado 1; los  $C_2$  serán de  $0.0047 \mu\text{F}$ . No olvide cambiar la resistencia  $r$ , cuyo nuevo valor es  $335 \Omega$ .

## RESULTADOS Y CUESTIONES

**R.1.** Represente  $\omega$  en función de  $\Delta\phi$ . En la misma gráfica se incluirá la curva teórica dada por la Ec. (6).

**R.2.** Repita para la red biatómica. Compare con la ec. (8), en este caso.

**C.1.** Deduzca las ecs. (2, 4, 6).

**C.2.** Comente los aspectos generales de la simulación, así como de sus resultados concretos.

### **BIBLIOGRAFÍA**

C. Kittel. *Introducción a la Física del Estado Sólido*. Reverté, Barcelona (1995).

P.L. Scott. *Vibrations of a Lattice Including Defects: Laboratory Demonstrations Using Electrical Analogs*. Amer. J. Phys. **40**, 260 (1972).

## 5. SUPERCONDUCTIVIDAD

### INTRODUCCIÓN

El año 1987 será recordado como un año extraordinario para la Física. Fue en este año cuando se produjo el descubrimiento de nuevos materiales superconductores que despertaron enorme interés dentro y fuera de la comunidad científica internacional. Pero la superconductividad fue descubierta mucho antes, en 1911, por el físico holandés Heike Kamerlingh Onnes: midiendo la resistencia del Hg en función de la temperatura encontró que cuando ésta era de alrededor de 4 K la resistividad caía bruscamente al valor mínimo medible con sus instrumentos. Más tarde comprobó que otros elementos metálicos exhibían el mismo comportamiento para temperaturas parecidas. Esta notable propiedad se trató como prueba clara de la existencia de un nuevo estado de la materia: el estado superconductor. Hoy día se sabe que existen numerosos elementos superconductores, aunque para 0.1 K (T mínima alcanzada) los alcalinos y metales nobles se resisten a serlo (V. Figura 1). Existen además compuestos con esta propiedad en los que algunos de sus componentes no la poseen por sí solos.

Hasta ahora existían dos obstáculos esenciales para la realización de cualquier tecnología basada en estos materiales. El primero se refiere a las temperaturas tan extremadamente bajas que se requerían para conseguir el estado superconductor. Aunque se puede usar He líquido como refrigerante, éste es caro y difícil de manejar. El segundo obstáculo se basa en el hecho de que el estado superconductor de estos metales elementales se destruía fácilmente por aplicación de campos magnéticos externos relativamente modestos, haciendo poco prácticas sus aplicaciones electromagnéticas .

Table 34.1  
SUPERCONDUCTING ELEMENTS<sup>a</sup>

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |  |  |  |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|--|--|--|----|
| H  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |  |  |  | He |
| Li | Be |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | B  | C  | N  | O  | F  | Ne |  |  |  |    |
| Na | Mg |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | Al | Si | P  | S  | Cl | Ar |  |  |  |    |
| K  | Ca | Sc | Ti | V  | Cr | Mn | Fe | Co | Ni | Cu | Zn | Ga | Ge | As | Se | Br | Kr |  |  |  |    |
| Rb | Sr | Y  | Zr | Nb | Mo | Tc | Ru | Rh | Pd | Ag | Cd | In | Sn | Sb | Te | I  | Xe |  |  |  |    |
| Cs | Ba | Lu | Hf | Ta | W  | Re | Os | Ir | Pt | Au | Hg | Tl | Pb | Bi | Po | At | Rn |  |  |  |    |
| Fr | Ra |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |  |  |  |    |

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| La | Ce | Pr | Nd | Pm | Sm | Eu | Gd | Tb | Dy | Ho | Er | Tm | Yb |
| Ac | Th | Pa | U  | Np | Pu |    |    |    |    |    |    |    |    |

<sup>a</sup>Elements that are superconducting only under special conditions are indicated separately. Note the incompatibility of superconducting and magnetic order. After G. Gladstone, et al. Parks *op. cit.*, note 6.

Legend:

|           |  |           |                              |
|-----------|--|-----------|------------------------------|
| <b>Al</b> | Superconducting                                      | <b>B</b>  | Nonmetallic elements         |
| <b>Si</b> | Superconducting under high pressure or in thin films | <b>Fe</b> | Elements with magnetic order |
| <b>Li</b> | Metallic but not yet found to be superconducting     |           |                              |

Fig. 1. Superconductividad en la Tabla Periódica.

Hasta hace muy poco, las aleaciones de Niobio, en particular Nb-Ti, habían constituido los más importantes avances en la tecnología de superconductores. Su capacidad de permanecer en estado superconductor a pesar de soportar importantes corrientes eléctricas permitió usarlos en algunas aplicaciones importantes, tales como la fabricación de imanes muy potentes. En 1973, por ejemplo, se observó por primera vez la superconductividad a 23 K en Nb<sub>3</sub>Ge. Pero en 1987, dos grupos de investigación de las Universidades de Houston y Alabama en Estados Unidos anunciaron el descubrimiento de un óxido que se hacía superconductor por encima de la temperatura de ebullición del nitrógeno (77 K); en concreto, dicho material tenía esa propiedad hasta los 90 K.

### EFEECTO MEISSNER

Además del paso de corriente sin resistencia, la otra característica de un material superconductor es que es perfectamente diamagnético. La expulsión de las líneas de campo

magnético al pasar de estado normal a superconductor recibe el nombre de efecto Meissner y se ilustra en la Figura 2.

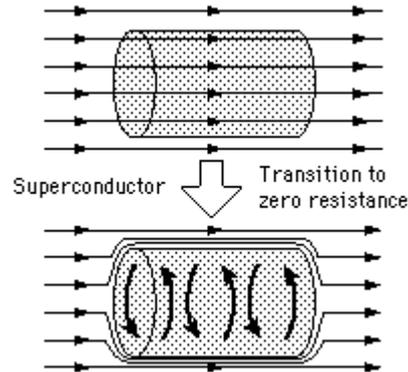
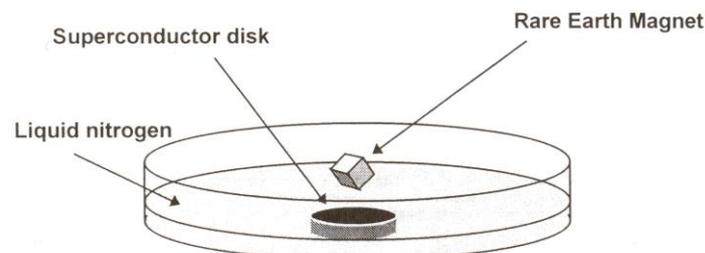


Fig. 2. Efecto Meissner.

La manifestación más clara del efecto Meissner es el fenómeno de la levitación Fig. 3): Si enfriamos el material hasta convertirlo en superconductor y colocamos sobre él un imán ligero y de alto campo, observaremos que el imán “flota” suspendido en el aire sobre el conductor, cayendo sobre él cuando la temperatura de la muestra aumenta por encima de cierto valor.



### The Meissner Effect

Fig. 3. Levitación magnética

Es interesante considerar por qué ocurre la levitación. Lo haremos sólo cualitativamente, y dejaremos un tratamiento más riguroso para las clases de teoría. El Electromagnetismo nos dice que cuando el imán se aproxima por primera vez al superconductor inducirá una corriente en la superficie de éste. Debido a la inexistencia de resistencia, dicha corriente permanece incluso después de retirarse el imán (se le llama

supercorriente). La supercorriente induce a su vez un campo magnético que es capaz de cancelar exactamente los efectos del campo magnético del imán en el seno del superconductor, cuyo interior será por tanto perfectamente diamagnético, tal como requiere el efecto Meissner. En el exterior del superconductor, sin embargo, el campo creado por el imán y el inducido por el superconductor se repelen entre sí como dos polos N o S de imanes ordinarios. El resultado es que el imán queda en una posición de equilibrio dictada por la fuerza gravitatoria y la fuerza magnética repulsiva.

### FUNDAMENTO TEÓRICO: EL MECANISMO DE LA SUPERCONDUCTIVIDAD

Hubo que esperar unos 40 años después del descubrimiento de la superconductividad por Kamerlingh Onnes la llegada de una teoría satisfactoria de la superconductividad. Esta teoría, conocida como BCS (por sus autores, Bardeen, Cooper y Schrieffer), da explicación satisfactoria para prácticamente todas las propiedades de los superconductores tradicionales de baja temperatura. La clave de la teoría está en una noción que en principio parece contraria a la intuición: los electrones se unen entre sí por parejas formando los llamados pares de Cooper.

El que entre dos electrones se ejerza una fuerza neta atractiva parece ir en contra de todo cuanto sabemos de electrostática. El punto esencial es, sin embargo, que la interacción está mediada por la red. La Figura 4 lo muestra de un modo muy simplificado.

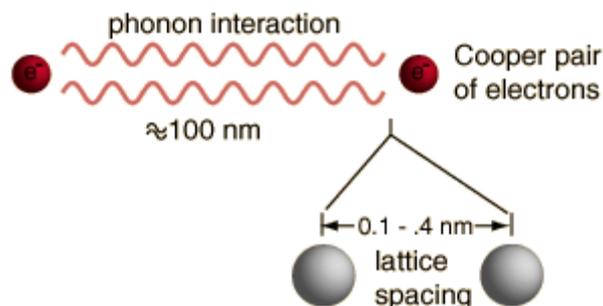


Fig. 4. Formación de pares de Cooper por intercambio de un fonón.

Cuando los electrones responsables de la conductividad se mueven en las proximidades de los cores atómicos, éstos son atraídos hacia la trayectoria del electrón por atracción electrostática. Puesto que los cores se mueven mucho más lentamente que los electrones, este desplazamiento de la carga positiva persiste durante el tiempo suficiente para que pueda atraerse un segundo electrón, formándose así el par de Cooper. El par estará pues ligado por la mutua atracción de cada electrón por los cores de la red. El valor de  $T_c$  es una manifestación de la energía necesaria para romper estos pares: a medida que el superconductor se calienta, el número de pares de Cooper cae rápidamente. Pero la temperatura no es el único parámetro experimental que puede afectar a la formación de pares. Hemos visto que cuando se aplican campos magnéticos a un superconductor se inducen corrientes en su superficie. Si estos campos y las correspondientes corrientes son suficientemente altos, pueden impartir tanta energía al superconductor que se disocian rápidamente los pares dando lugar a la pérdida del estado superconductor. Pueden distinguirse dos tipos de superconductores a este respecto (Fig. 5): tipo I (es el caso de la mayoría de los elementos) y tipo II (la mayor parte de los compuestos y aleaciones, incluidos los empleados en esta práctica). En los primeros, la superconductividad se destruye para campos magnéticos mayores que un cierto valor crítico  $B_c$ . En los de tipo II, el campo ha de ser superior al campo crítico superior  $B_{c2}$ , mientras que por debajo del campo crítico inferior  $H_{c1}$  se mantiene el estado superconductor y entre  $B_{c1}$  y  $B_{c2}$  el campo penetra en el superconductor en forma de vórtices locales de supercorriente que rodean un núcleo normal que contiene un cuanto de flujo  $hc/2e$ .

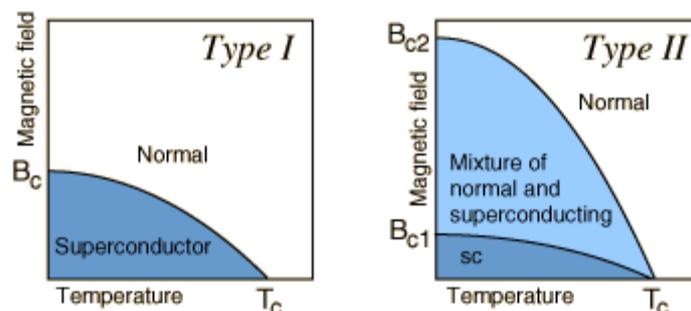


Fig. 5. Superconductores tipo I y tipo II

## METODOLOGÍA

### a) Observación del efecto Meissner. Determinación de la temperatura crítica

Los superconductores a utilizar son pastillas circulares de  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  (llamado superconductor 1-2-3 por la relación estequiométrica entre ytrio, bario y cobre) y de BSCCO ( $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_9$ ) de unos 2.5 cm de diámetro. Para los experimentos de levitación se utilizarán pequeños imanes de neodimio, de alto campo. Como parte del equipo experimental dispone de dos pastillas de ambos superconductores embutidas en una funda de bronce que incluye conexiones eléctricas con la pastilla (TERMINALES NEGROS: corriente; TERMINALES AMARILLOS: tensión) y un termopar (CABLES ROJO y AZUL) para la medida de su temperatura. La Figura 6 es un esquema.

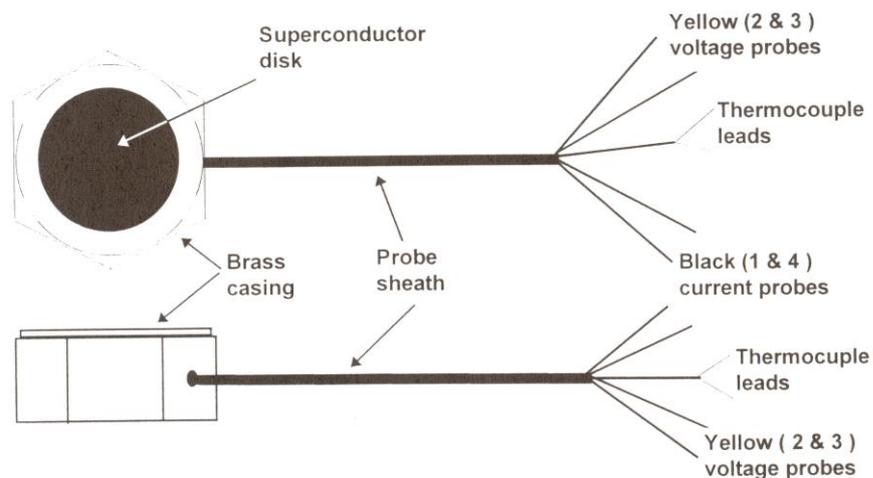


Figure 3: The Superconducting Four Point Probe

Fig. 6. Conexiones al superconductor.

El procedimiento experimental incluye los siguientes pasos:

1. Usando las pinzas de que dispone, coloque la pastilla de  $\text{YBaCuO}$  (la de menor diámetro) en una placa Petri de vidrio o en un recipiente plano que resista las bajas temperaturas (puede situar el superconductor sobre uno de los bloques de cobre para

evarla y visualizar mejor el efecto). El termopar de cobre-constantán se conecta a un milivoltímetro y la temperatura se puede obtener de la Tabla adjunta. El ajuste polinómico de los datos nos da la siguiente relación entre temperatura en K y tensión  $V$  en mV:

$$\text{Temp} = (289.37 \pm 0.18) + (-45.18 \pm 0.25)V + (2.28 \pm 0.09)V^2 + (-0.050 \pm 0.009)V^3$$

| Conversion from mV to Kelvin |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |     |
|------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| K                            | 0     | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | K   |
| 60                           | 7.60  | 7.53  | 7.46  | 7.40  | 7.33  | 7.26  | 7.19  | 7.12  | 7.05  | 6.99  | 6.92  | 60  |
| 70                           | 6.92  | 6.85  | 6.78  | 6.71  | 6.64  | 6.56  | 6.49  | 6.42  | 6.37  | 6.33  | 6.29  | 70  |
| 80                           | 6.29  | 6.25  | 6.21  | 6.17  | 6.13  | 6.09  | 6.05  | 6.01  | 5.97  | 5.93  | 5.90  | 80  |
| 90                           | 5.90  | 5.86  | 5.83  | 5.79  | 5.75  | 5.72  | 5.68  | 5.64  | 5.60  | 5.56  | 5.52  | 90  |
| 100                          | 5.52  | 5.48  | 5.44  | 5.41  | 5.37  | 5.34  | 5.30  | 5.27  | 5.23  | 5.20  | 5.16  | 100 |
| 110                          | 5.16  | 5.13  | 5.09  | 5.06  | 5.02  | 4.99  | 4.95  | 4.91  | 4.88  | 4.84  | 4.81  | 110 |
| 120                          | 4.81  | 4.77  | 4.74  | 4.70  | 4.67  | 4.63  | 4.60  | 4.56  | 4.53  | 4.49  | 4.46  | 120 |
| 130                          | 4.46  | 4.42  | 4.39  | 4.35  | 4.32  | 4.28  | 4.25  | 4.21  | 4.18  | 4.14  | 4.11  | 130 |
| 140                          | 4.11  | 4.07  | 4.04  | 4.00  | 3.97  | 3.93  | 3.90  | 3.86  | 3.83  | 3.79  | 3.76  | 140 |
| 150                          | 3.76  | 3.73  | 3.69  | 3.66  | 3.63  | 3.60  | 3.56  | 3.53  | 3.50  | 3.47  | 3.43  | 150 |
| 160                          | 3.43  | 3.40  | 3.37  | 3.34  | 3.30  | 3.27  | 3.24  | 3.21  | 3.18  | 3.15  | 3.12  | 160 |
| 170                          | 3.12  | 3.09  | 3.06  | 3.03  | 3.00  | 2.97  | 2.94  | 2.91  | 2.88  | 2.85  | 2.82  | 170 |
| 180                          | 2.82  | 2.79  | 2.76  | 2.73  | 2.70  | 2.67  | 2.64  | 2.61  | 2.58  | 2.53  | 2.52  | 180 |
| 190                          | 2.52  | 2.49  | 2.46  | 2.43  | 2.40  | 2.37  | 2.34  | 2.31  | 2.29  | 2.26  | 2.23  | 190 |
| 200                          | 2.23  | 2.20  | 2.17  | 2.14  | 2.11  | 2.08  | 2.05  | 2.02  | 1.99  | 1.96  | 1.93  | 200 |
| 210                          | 1.93  | 1.90  | 1.87  | 1.84  | 1.81  | 1.78  | 1.75  | 1.72  | 1.69  | 1.66  | 1.64  | 210 |
| 220                          | 1.64  | 1.61  | 1.59  | 1.56  | 1.54  | 1.51  | 1.49  | 1.46  | 1.44  | 1.41  | 1.39  | 220 |
| 230                          | 1.39  | 1.36  | 1.34  | 1.31  | 1.29  | 1.26  | 1.24  | 1.21  | 1.19  | 1.16  | 1.14  | 230 |
| 240                          | 1.14  | 1.11  | 1.09  | 1.07  | 1.04  | 1.02  | 0.99  | 0.97  | 0.94  | 0.92  | 0.89  | 240 |
| 250                          | 0.89  | 0.87  | 0.84  | 0.82  | 0.79  | 0.77  | 0.74  | 0.72  | 0.69  | 0.67  | 0.65  | 250 |
| 260                          | 0.65  | 0.62  | 0.60  | 0.58  | 0.55  | 0.53  | 0.50  | 0.48  | 0.45  | 0.42  | 0.40  | 260 |
| 270                          | 0.40  | 0.38  | 0.36  | 0.34  | 0.32  | 0.30  | 0.28  | 0.26  | 0.24  | 0.22  | 0.20  | 270 |
| 280                          | 0.20  | 0.18  | 0.16  | 0.14  | 0.12  | 0.10  | 0.08  | 0.06  | 0.04  | 0.02  | 0.00  | 280 |
| 290                          | 0.00  | -0.02 | -0.04 | -0.06 | -0.08 | -0.10 | -0.12 | -0.14 | -0.16 | -0.18 | -0.20 | 290 |
| 300                          | -0.20 | -0.22 | -0.24 | -0.26 | -0.28 | -0.30 | -0.32 | -0.34 | -0.36 | -0.38 | -0.40 | 300 |

See the appendix for a more detailed explanation of how thermocouples operate, and how to use a reference junction to make extremely accurate temperature measurements.

2. **Utilice gafas de protección** y añada nitrógeno líquido lentamente hasta cubrir suficientemente la pastilla. Espere a que cese la ebullición del nitrógeno.
3. Coloque alguno de los pequeños imanes permanentes que forman parte del equipo de la práctica sobre la pastilla. Compruebe que el imán “flota” sobre la pastilla, y que rota con facilidad, así como que es difícil que se salga de su vertical.
4. Saque la pastilla del nitrógeno y déjela evolucionar hacia temperatura ambiente. Anote la temperatura a la cual observe que el imán cae sobre la pastilla, indicando que se ha producido la transición. Este valor será una estimación de  $T_c$ . Realice al menos

una segunda determinación.

5. Repita los pasos 1-4 para la pastilla de BSCCO.

#### **PRECAUCIONES**

1. Utilice gafas protectoras y guantes aislantes de goma durante todo el experimento para evitar daños por las bajas temperaturas de la zona de trabajo.

2. No toque nunca las pastillas: debe manejarse siempre con las pinzas de plástico, lo mismo que los imanes. **NO EXISTEN DATOS FIABLES ACERCA DE SU POSIBLE TOXICIDAD.**

3. Los imanes utilizados son de campo muy elevado. Evítese manejarlos cerca de otros imanes. Pueden producirse chispas y roturas si estos imanes se golpean entre sí o con una superficie metálica.

4. Las pastillas deberán almacenarse en un lugar seco (reaccionan con el agua), cubiertas por un material repelente al agua y con un sobre de desecante sílica-gel. Son materiales frágiles y difíciles de sustituir, por lo que se habrá de tener el máximo cuidado en su manejo.

*b) Determinación de la temperatura y corriente críticas mediante medidas resistencia-temperatura con cuatro hilos*

6. Conecte los terminales de inyección de corriente (color negro) de la pastilla YBaCuO encapsulada a la fuente de tensión o corriente de que disponga (v. Figura 7). Necesitará conectar un amperímetro en serie para controlar la corriente, que inicialmente debe ser de unos 100 mA. **IMPORTANTE: Nunca supere los 500 mA, pues podría destruir los contactos.** Conecte los terminales amarillos a un milivoltímetro y los de temperatura al otro. Inicie los programas de control de ambos milivoltímetros. Introduzca la muestra en el termo y cúbrala con arena. Añada a continuación nitrógeno líquido y asegúrese de que la temperatura de la pastilla es la del nitrógeno (observará que la tensión es prácticamente cero).
7. Arranque los programas de toma de datos (ambos en el escritorio; uno de ellos debe conectarse a COM1 y el otro a COM2; en ambos casos, la toma de datos se fijará a intervalos de 1 s; cuando se inicie la medida convendrá mostrar los datos de tensión en forma de *trend graph*) de ambos voltímetros tan simultáneamente como sea

posible. Recuerde que uno de ellos registrará la temperatura y el otro la tensión (proporcional a la resistencia). Cuando se haya producido la transición (lo observará claramente en la gráfica de pantalla) y se alcancen unos 150 K, detenga la medida y almacene los datos (en Excel, por ejemplo; posteriormente deberá grabarlos para tratarlos cuando elabore la práctica)

8. Repita los pasos 6 y 7 para corrientes crecientes, hasta llegar a 400 mA (en intervalos de 100 mA).
9. Repita los pasos 6-8 para el caso de la muestra encapsulada de BSCCO.

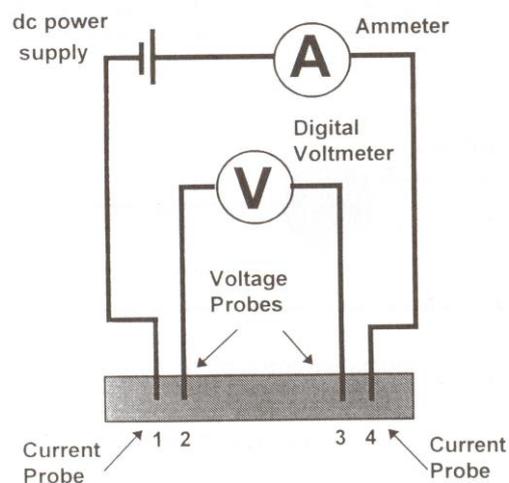
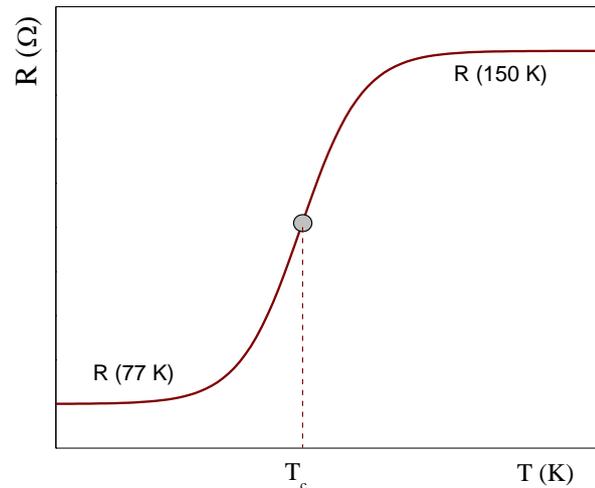


Figure 2: Schematic of Four Point Probe

Fig. 7. Montaje para medidas resistencia-temperatura.

*c) Obtención de la corriente y temperatura críticas a partir de los datos anteriores*

La temperatura crítica para cada corriente y cada muestra puede deducirse de los gráficos de resistencia-temperatura asignado a  $T_c$  aquella temperatura correspondiente a una resistencia promedio entre el valor a 77 K y el último valor obtenido, como se muestra:



Por otro lado, en teoría, el mejor método para determinar  $I_c$  sería poner la muestra en estado superconductor y aumentar la corriente en el paso 6 anterior hasta destruir el estado superconductor. NO PUEDE HACERSE ASÍ, pues se dañaría la muestra. Determinaremos  $I_c$  de ambos superconductores usando las muestras encapsuladas de acuerdo con el siguiente procedimiento: una vez determinada la temperatura crítica para cada corriente, se representa la corriente en función de la temperatura crítica, observándose que al aumentar la corriente decrece  $T_c$ . Si extrapola al valor de  $77\text{ K}$ , obtendrá  $I_c$ .

*e) Determinación de la temperatura crítica con la sonda de susceptibilidad.*

El kit de susceptibilidad (sólo para YBaCuO) consta de un cilindro de superconductor rodeado de una bobina. La autoinducción de la bobina depende de la permeabilidad del núcleo de YBaCuO; cuando se produce la transición SC-N, dicha susceptibilidad cambia bruscamente y ello induce un cambio brusco en  $L$  de la bobina. Este cambio se usa también para determinar  $T_c$ .

10. Conecte los terminales del termopar de la sonda al milivoltímetro y los terminales negros al analizador de impedancia, que previamente habrá conectado; seleccione en este una frecuencia de  $1\text{ kHz}$ ,  $L$  en el display A, Measuring Speed Slow. En el citado display aparece directamente el valor de la inductancia  $L$ .
11. Sumerja la muestra en el termo con arena y nitrógeno líquido como se describió antes.
12. Cambie la muestra a la zona del recipiente próxima a la superficie y anote la autoinducción en función de la temperatura, hasta que observe que toma de nuevo el

valor registrado a temperatura ambiente. Se sugiere una medida cada 5° de aumento de temperatura (en las proximidades de la transición es preferible un paso más fino).

*e) Observación de las corrientes persistentes en un anillo superconductor*

Otro de los fenómenos asociados a la superconductividad es la persistencia (durante años) de corrientes en una espira superconductora, debido a la ausencia de resistencia. Lo podrá observar con la muestra toroidal de YBaCuO que forma parte de su equipo experimental. Para ello (V. Figura 8):

- 13.** Coloque el imán cilíndrico de alto campo sobre el orificio central del anillo. Sumerja el conjunto completamente en nitrógeno y cuando cese la ebullición del nitrógeno, haga pasar el imán por el anillo.
- 14.** Oriente la aguja imantada (a modo de brújula) en la dirección N-S, ponga el imán muy alejado de ella y saque el anillo del baño de nitrógeno de modo que su eje apunte en dirección E-W. Observe la deflexión de la aguja al acercarle el superconductor, indicando que actúa sobre ella un campo magnético, generado por las corrientes que circulan por el anillo inducidas por el imán.

## RESULTADOS Y CUESTIONES

- R1.** Describa los resultados encontrados en **1-4**
- C1.** ¿Por qué cree que el nitrógeno hierve al verterlo?
- C2.** Comprobará que después de evaporado el nitrógeno, el efecto Meissner todavía se observa. ¿Por qué?
- R2.** Estime la temperatura crítica de ambos superconductores por el método del efecto Meissner.
- R3.** Represente gráficamente las variaciones tensión-temperatura (pasos **6-8**) de ambos superconductores, y estime sus temperaturas de transición.
- C3.** ¿Por qué cree que se mide con 4 terminales? Infórmese acerca de la conveniencia de este método.
- C4.** Compare las temperaturas críticas deducidas por los métodos citados, y comente sus posibles diferencias.

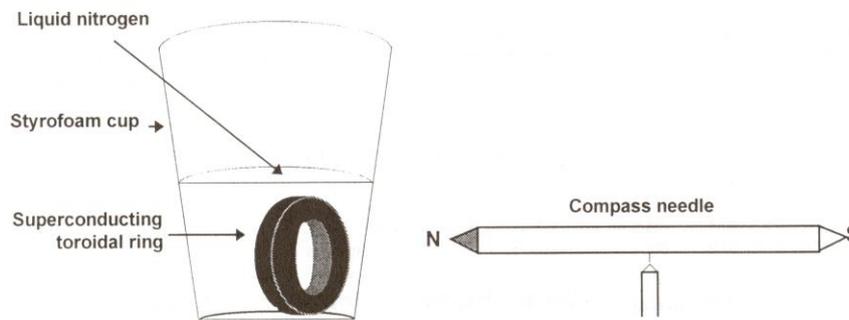


Figure 9: Schematic showing toroid and compass position

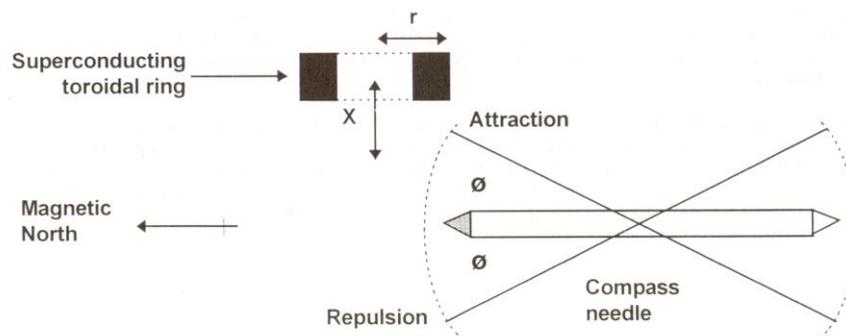


Figure 10: Illustration of the different variables

Fig. 8. Observación de corrientes persistentes.

- R4.** Represente en una misma gráfica (para cada superconductor es preferible una gráfica distinta) las curvas resistencia-temperatura para cada corriente aplicada en **8** y **10**. Deduzca la temperatura crítica y represente en una misma gráfica las dependencias  $I-T_c$ , extrapolando a 77 K para deducir la corriente crítica de YBaCuO y BSCCO en nitrógeno líquido. Comente sus resultados.
- C5.** ¿Por qué existe el fenómeno de la corriente crítica?
- R5.** Represente la inductancia  $L$  en función de la temperatura y determine de nuevo la temperatura crítica. Compárela con las que conoce hasta ahora.
- C6.** Razone que la susceptibilidad de la muestra cerámica viene dada por

$$\chi = \frac{1}{f} \left( \frac{L}{L_0} - 1 \right)$$

siendo  $f$  la fracción del volumen de la bobina ocupada por el núcleo cerámico, y  $L_0$  la inductancia en aire. Para el cálculo de  $f$  tenga en cuenta que el diámetro de la bobina es 1.36 cm, y el del superconductor 1.26 cm; respecto de  $L_0$ , considere que la bobina tiene 500 vueltas y su longitud es 2 cm. Calcule la susceptibilidad y represéntela en función de la temperatura. ¿Qué valor esperaría para la susceptibilidad en estado superconductor? ¿Se observa este valor experimentalmente?

- C7.** Comente sus resultados de observación de los efectos de la corriente persistente en el anillo de YBaCuO.

### BIBLIOGRAFÍA

W. Buckel: *Superconductivity. Fundamentals and Applications*. VCH, Weinheim (1991).

R. Baker, J.C. Thompson: *J. Chem. Ed.* **64**(10), 853 (1987).

E.A. Early, C.L. Seaman, K.N. Yang, M.B. Maple: *Am. J. Phys.* **56**(7), 617 (1988).

A.B. Ellis: *J. Chem. Ed.* **64**(10), 836 (1987).

D.C. Harris, M.E. Hills, T.A. Hewston: *J. Chem. Ed.* **64**(10), 847 (1987).

F.H. Juergens, A.B. Ellis, G.H. Dieckmann, R.I. Perkins: *J. Chem. Ed.* **64**(10), 851 (1987).

C.P. Poole, H.A. Farach, R.J. Crewick: *Superconductivity*. Academic Press, San Diego (1995).

## 6. CONDUCTIVIDAD ELÉCTRICA Y TÉRMICA DE METALES

### OBJETO

Se pretende en esta práctica determinar experimentalmente la conductividad térmica y eléctrica de dos muestras cilíndricas de aluminio y cobre. Se medirá la conductividad térmica midiendo el flujo de calor a lo larga de ambas barras para un gradiente de temperaturas conocido. La conductividad se deducirá de la determinación de la resistencia eléctrica (medida con el método de las cuatro puntas), y de sus dimensiones. Se demostrará la relación que existe entre ellas, de acuerdo con la ley de Wiedemann-Franz.

### FUNDAMENTO TEÓRICO

Los metales ocupan una posición muy especial en el estudio de los sólidos, debido a un conjunto de propiedades que todos ellos presentan, y que no se encuentran en otros materiales en estado sólido (piénsese en el cuarzo, el azufre o la sal común). En particular, poseen elevadas conductividades eléctrica y térmica, son dúctiles y maleables, y muestran un brillo muy notable en caras recién preparadas. Sin duda, los esfuerzos por explicar estas propiedades supusieron un gran empuje para la Física del Estado Sólido.

No entraremos en detalle aquí acerca de dichas explicaciones, sino que nos limitaremos a una teoría sencilla y muy intuitiva, esencialmente basada en el modelo propuesto por el físico alemán P. Drude a comienzos de este siglo, que lo desarrolló tres años después de que J. J. Thomson descubriera el electrón en 1897. El punto de partida del modelo se muestra en esquema en la Fig. 1; Drude supuso que la carga negativa del electrón era compensada por la carga positiva de partículas mucho más pesadas (aunque en su tiempo no se tenía una noción muy precisa del origen de ninguno de los dos tipos de partículas). Usando una explicación acorde con la terminología actual, el punto de partida es la consideración de un átomo metálico aislado: su núcleo tendrá una carga  $eZ_a$  ( $Z_a$  es el número atómico) rodeado por  $Z_a$  electrones de carga  $-eZ_a$ . Algunos de estos (normalmente, entre 1 y 5, los representaremos por  $Z$ ) tienen una energía de enlace menor, y se llaman *electrones de valencia*, mientras que los restantes  $Z_a - Z$  están más fuertemente ligados al

núcleo, juegan un papel mucho menor en las reacciones químicas, y se conocen como *electrones internos (core electrons)*. Cuando estos átomos aislados se condensan para formar un metal sólido, los electrones internos permanecen ligados al núcleo (formando el ión metálico), mientras que los de valencia pasan a formar un gas que se extiende por todo el sólido. A veces se les conoce como electrones de conducción.

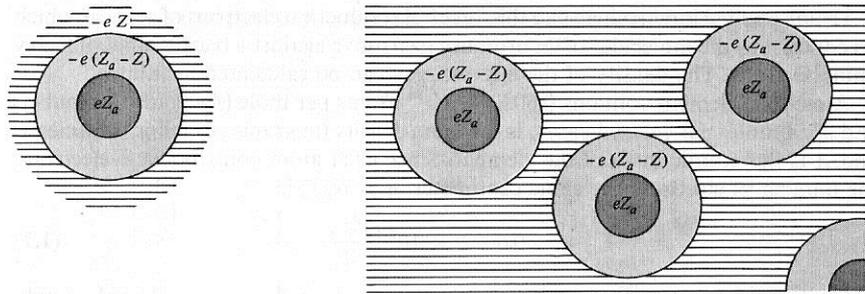


Fig. 1. Esquema de un átomo aislado (izquierda) y de un metal (derecha). En éste, los electrones de valencia abandonan sus átomos para formar parte del gas de electrones.

Las suposiciones básicas del modelo son:

- Entre colisiones, los electrones de conducción no interactúan entre sí (*aproximación de electrones independientes*) ni con los iones del metal (*aproximación de electrones libres*). Simplemente, obedecerán la 2ª ley de Newton en presencia de un campo externo.
- Las colisiones que sufren los electrones (necesarias para explicar los valores finitos de conductividad, por ejemplo) son sucesos instantáneos que alteran abruptamente su trayectoria y velocidad. Después de la colisión, el electrón "olvida" la velocidad que poseía y puede adquirir cualquier dirección, y con un módulo compatible con la temperatura del sitio en que ocurrió la colisión: si esta tiene lugar en un lugar de mayor temperatura, mayor será la velocidad de salida del electrón tras la colisión
- Se supone que en un  $dt$  el electrón sufre una colisión con probabilidad  $dt/\tau$ . El tiempo  $\tau$  es el llamado tiempo de relajación, tiempo medio entre colisiones, o tiempo libre medio, y es un parámetro fundamental del modelo; se supone que depende sólo del metal concreto de que se trate y de su temperatura (lo cual es una buena aproximación en muchas aplicaciones).

Con estas ideas, es posible llegar a expresiones, tanto de la conductividad eléctrica

como de la térmica. La primera se define como el coeficiente de proporcionalidad entre la densidad de corriente  $\mathbf{j}$  y el campo eléctrico  $\mathbf{E}$ :

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$$

donde, si  $n$  es la densidad de electrones de conducción en el metal y  $v$  su velocidad media, la densidad de corriente viene dada por:

$$\mathbf{j} = -nev$$

Se demuestra que el valor medio de la velocidad depende del campo del siguiente modo:

$$\mathbf{v} = -e\mathbf{E}\tau / m$$

de donde la conductividad en el modelo de Drude se expresará:

$$\sigma = ne^2\tau / m$$

Por lo que se refiere a la conductividad térmica, su deducción se puede consultar en la bibliografía; su valor es:

$$\kappa = \frac{1}{3}c_v v^2 \tau$$

donde  $v^2$  es la velocidad cuadrática media y  $c_v$  el calor específico del gas electrónico. Usando la teoría cinética. clásica,

$$c_v = \frac{3}{2}nk_B$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}k_B T$$

De este desarrollo, se encuentra la siguiente relación entre ambas conductividades:

$$\frac{\kappa}{\sigma} = \frac{3}{2} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 T$$

La proporcionalidad con la temperatura  $T$  se conoce como ley de Wiedemann-Franz, que suele escribirse:

$$\frac{\kappa}{\sigma T} = \frac{3}{2} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2$$

de modo que se observa que depende solo de constantes universales, y cuyo valor (constante por tanto) se conoce como *número de Lorenz*:

$$L = \frac{3}{2} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 = 1.11 \times 10^{-8} \text{ V}^2 / \text{K}^2$$

Usando una teoría clásica, no es posible obtener una mejor aproximación al valor de  $L$ ; cuando se usa un modelo cuántico (Sommerfeld), el resultado, mucho más acorde con los datos experimentales es:

$$L = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 = 2.44 \times 10^{-8} \text{ V}^2 / \text{K}^2$$

Se intentará en esta práctica encontrar esta relación para las muestras de Cu y Al mencionadas.

### **METODOLOGÍA**

Las muestras utilizadas son dos barras cilíndricas de Cu (red fcc,  $a = 0.361 \text{ nm}$ ) y Al (red fcc,  $a = 0.405 \text{ nm}$ ) de sección =  $4.91 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ . A lo largo de ellas hay orificios para colocar las sondas (Pt) de temperatura; también presentan orificios para la conexión eléctrica en ambas bases y, cerca de ellas, en la generatriz.

El proceso a seguir se realizará primero completamente con una de las barras; si le queda tiempo, repítalo para la segunda. Las fases del experimento se pueden sistematizar del siguiente modo:

#### *1. Determinación de la conductividad eléctrica*

- Conecte la fuente de tensión (4 V dc) a las conexiones extremas de la barra usando el reostato de 10 ohmios como divisor de tensión. Use un polímetro como amperímetro para medir la corriente que circula por la barra.
- Conecte un voltímetro a la salida del amplificador sin ninguna señal a su entrada y actúe sobre el cero hasta conseguir una lectura lo más próxima a 0 (mV dc) seleccionando un factor de amplificación de  $10^3$ .
- Conecte al amplificador (entrada) dos cables de conexión situados en los conectores laterales de la barra. Anote la tensión del voltímetro para valores crecientes de corriente en la muestra.

## 2. Medida de la conductividad térmica

- Se dispone de dos calorímetros: uno tiene una conexión en su parte inferior. Colóquelo en la parte superior de la barra (use silicona conductora para facilitar el contacto térmico). Pese vacío el otro calorímetro y ponga en él unos 100 mL de agua.
- Monte el dispositivo como se indica en la Figura 2.

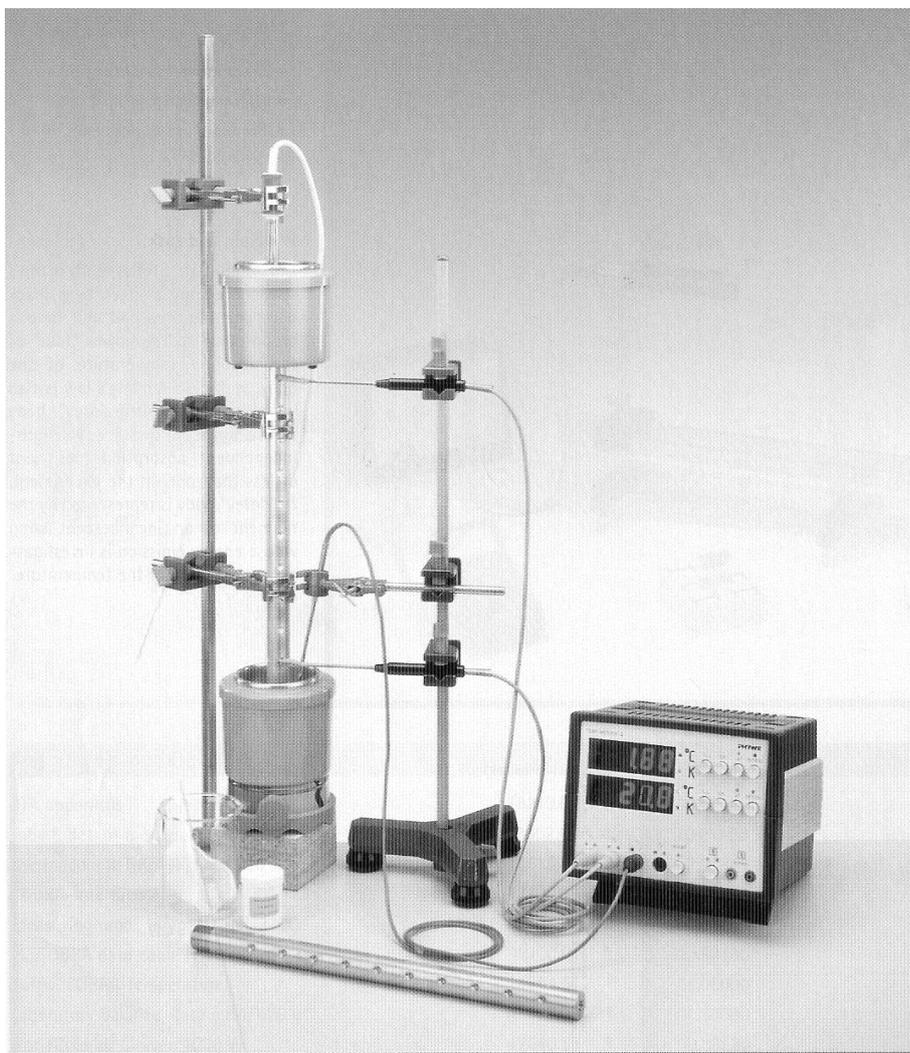


Fig. 2. Fotografía del montaje para determinación de conductividad térmica.

- Encienda el termómetro de cuatro canales que se incluye en la práctica; cuando las cuatro pantallas den su lectura, pulse el botón T de la entrada  $T_1$ . Esto hace que en el display  $T_1$  aparezca la diferencia  $T_1 - T_2$ . Conecte las sondas  $T_1$  y  $T_2$  a dos orificios de la

barra suficientemente separados. Use de nuevo pasta conductora.

- Llene hasta algo más de la mitad el calorímetro de la parte superior con agua, y coloque la resistencia de inmersión; el regulador de esta se situará en la posición 10 hasta que el agua empiece a hervir; luego se debe reducir hasta el 6, aproximadamente.

**NOTA: USE GAFAS PROTECTORAS A PARTIR DE ESTE MOMENTO PARA EVITAR POSIBLES ACCIDENTES CON EL AGUA HIRVIENDO. NO SE PERMITIRÁ LA REALIZACIÓN DE ESTA PRÁCTICA SIN USAR GAFAS.**

- Conecte la tercera sonda al calorímetro inferior, y añada hielo para mantener su temperatura lo más baja posible (en torno a 2 °C). Conecte la bomba de agitación al calorímetro inferior. Controle el valor de la diferencia de temperaturas  $T_1-T_2$ . Siga añadiendo hielo mientras esta diferencia siga variando.
- Cuando el gradiente de temperatura esté estacionario, retire el hielo y comience a anotar la temperatura del calorímetro inferior y la diferencia  $T_1-T_2$  en función del tiempo durante 5 minutos (a intervalos de unos 30 s). Desconecte el calefactor, y pese el calorímetro inferior con el agua que contiene. Tenga de nuevo cuidado con el manejo del dispositivo que aún contiene agua hirviendo en el calorímetro superior.
- Notemos que el calentamiento del agua en el calorímetro inferior procede no solo del calor transmitido por la barra (el que deseamos medir), sino también del aporte de calor del ambiente  $Q_{amb}$ . Para corregir este efecto, volvemos a añadir hielo al recipiente inferior (saque unos 50 mL de agua primero para evitar desbordamientos) para reducir su temperatura hasta un valor próximo a 0 °C; conecte igualmente la bomba. Retire el hielo y deje aumentar la temperatura solo por efecto del ambiente: anote la temperatura en función del tiempo durante unos 20 minutos a intervalos de 1 minuto, aproximadamente. Pese de nuevo el recipiente con el agua que contiene.

## RESULTADOS Y CUESTIONES

**R.1. Conductividad eléctrica.** Represente la tensión amplificada en función de la corriente. De acuerdo con la ley de Ohm, se debe obtener una relación lineal. Ajuste la recta obtenida por mínimos cuadrados y deduzca la resistencia de la barra (no olvide el factor de amplificación: la resistencia debe ser del orden de los  $\mu\Omega$ ).

**R.2. Conductividad térmica.** (NOTA: Use el valor  $C = 184 \pm 6 \text{ J/K}$  para la capacidad calorífica del calorímetro inferior).

1. Represente gráficamente la dependencia temporal de la temperatura  $T_3$  del calorímetro inferior en los dos experimentos (con y sin barra). Determine las pendientes  $p$  y  $p'$ , respectivamente. Con estas pendientes, calcule las potencias caloríficas cedidas por la barra y el ambiente:

$$\begin{aligned} \frac{dQ_{\text{barra}}}{dt} &= p(m_{\text{agua}}c_{\text{agua}} + C) \\ \frac{dQ_{\text{amb}}}{dt} &= p'(m'_{\text{agua}}c_{\text{agua}} + C) \end{aligned} \quad (*) \quad (1)$$

donde  $c_{\text{agua}}$  es el calor específico del agua ( $4.18 \text{ J/g}\cdot\text{K}$ ), y  $m_{\text{agua}}$  ( $m'_{\text{agua}}$ ) es la masa de agua calentada en el primero (segundo) de los experimentos.

2. Calcule ya la conductividad térmica usando la ecuación que la define:

$$\frac{dQ_{\text{barra}}}{dt} - \frac{dQ_{\text{amb}}}{dt} = -\kappa A \frac{dT}{dx} \quad (**)$$

estimando el gradiente  $dT/dx$  como el valor medio de la diferencia de temperaturas  $T_1 - T_2$  a lo largo de los 5 min del primer experimento dividido por la separación entre las sondas.

**R.3.** Calcule el valor del número de Lorenz para ambas barras. Compárelo con los datos bibliográficos y comente su resultado.

**R.4.** Estime el tiempo de relajación para los dos materiales a temperatura ambiente, usando

tanto el dato de conductividad eléctrica como el de conductividad térmica. Compare los tiempos obtenidos a partir de ambas magnitudes. No necesitará más datos que los que aquí se incluyen o se miden.

**C.1.** Justifique las ecuaciones (\*) y (\*\*).

**C.2.** ¿Cómo cree que se ha obtenido el valor de la capacidad calorífica del calorímetro?

**C.3.** ¿Cómo modificaría el experimento para medir la dependencia de la conductividad eléctrica de la barra con la temperatura?

**C.4.** Consulte en la bibliografía cómo varían con la temperatura las dos conductividades.

### **BIBLIOGRAFÍA**

N.W. Ashcroft, N.D. Mermin. *Solid State Physics*. Saunders, Philadelphia. C.  
Kittel. *Introducción a la Física del Estado Sólido*. Reverté, Barcelona.

## 7. DETERMINACIÓN DE LA BANDA PROHIBIDA DEL GERMANIO

### OBJETO

Se utiliza una placa portadora de Germanio para demostrar la dependencia de la conductividad de un semiconductor con la temperatura. A partir de esta dependencia se puede determinar la anchura del gap de energía prohibida existente entre las bandas de valencia y conducción del germanio.

### FUNDAMENTO TEÓRICO

A temperatura distinta de 0 K hay una probabilidad no nula de que algunos electrones térmicamente excitados de un semiconductor pasen de la banda de valencia a la de conducción, salvando la diferencia de energía entre ambas bandas, la energía de *gap*. Estos electrones son capaces de conducir corriente eléctrica, al tiempo que los huecos que han dejado en la banda de valencia dan lugar a otro tipo de conducción, denominada de huecos. El que la excitación térmica provocada por el aumento de temperatura dé o no lugar a una conductividad apreciable depende del valor del gap de energía,  $E_g$ , puesto que se puede demostrar que la fracción de electrones que pueden saltar a la banda de conducción para una temperatura dada T es del orden de  $\exp(-E_g/k_B T)$ , donde  $k_B$  es la constante de Boltzmann.

Cuando, como en el caso descrito, las propiedades electrónicas del semiconductor están dominadas por electrones térmicamente excitados de la banda de valencia a la de conducción diremos que el semiconductor es *intrínseco*. Es característico, sin embargo, de los semiconductores su fácil alteración con impurezas. Si las propiedades electrónicas están determinadas por la contribución de electrones procedentes de impurezas (o electrones de la banda de valencia capturados por impurezas) el semiconductor se denomina *extrínseco*.

En nuestro caso, el experimento se realizará con Ge puro, por lo que se tratará de un semiconductor intrínseco. Como se ha mencionado, su conductividad se deberá a dos

tipos de portadores de carga, electrones y huecos. Escribiremos esta conductividad intrínseca como suma de las contribuciones de electrones ( $\sigma_e$ ) y huecos ( $\sigma_h$ ):

$$\sigma_i = \sigma_e + \sigma_h$$

con

$$\sigma_e = en_e\mu_e$$

$$\sigma_h = en_h\mu_h$$

donde:

$e$ : carga del electrón;

$n_e$ : densidad de electrones en la banda de conducción;

$n_h$ : densidad de huecos en la banda de valencia;

$\mu_e$ : movilidad de los electrones;

$\mu_h$ : movilidad de los huecos.

La movilidad de un portador se define como el cociente entre la velocidad de arrastre de dicho portador y el valor del campo eléctrico aplicado:

$$\mu_e = \frac{|v_e|}{|E|}$$

$$\mu_h = \frac{|v_h|}{|E|}$$

Para el Ge, las movilidades tienen las siguientes dependencias con la temperatura:

$$\mu_e = C_e T^{-1.66}$$

$$\mu_h = C_h T^{-2.33}$$

siendo  $C_e$  y  $C_h$  constantes que podemos determinar con los siguientes datos:

$$\mu_e(300 \text{ K}) = 0.38 \text{ m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$$

$$\mu_h(300 \text{ K}) = 0.182 \text{ m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$$

Si un semiconductor es completamente puro y cristalográficamente perfecto, las densidades  $n_e$  y  $n_h$  son iguales: los electrones de la banda de conducción sólo pueden proceder de la banda de valencia, de modo que:

$$n_e = n_h \equiv n_p$$

Consideraremos un gas de electrones no degenerado, es decir supondremos que la densidad  $n_p$  es pequeña comparada con las densidades de electrones y huecos:

$$N_e = 2 \left( \frac{2\pi m_e^* k_B T}{h^2} \right)^{3/2}$$

$$N_h = 2 \left( \frac{2\pi m_h^* k_B T}{h^2} \right)^{3/2}$$

$$n_p \ll N_e, N_h$$

donde  $m_e^*$  y  $m_h^*$  son las masas efectivas de electrones y huecos, respectivamente. Sus valores son:

$$m_e^* = 0.5 m_e; \quad m_h^* = 0.37 m_e$$

siendo  $m_e$  la masa del electrón libre. En estas condiciones,

$$n_p = \sqrt{N_e N_h} \exp\left(-\frac{E_g(T)}{2k_B T}\right)$$

La energía del gap  $E_g$  depende de  $T$  de forma no conocida. A temperaturas no demasiado bajas tal dependencia es aproximadamente lineal, lo cual permite calcular por extrapolación  $E_g(0)$ , es decir, la energía del gap a 0 K. Para ello supondremos:

$$E_g(T) = E_g(0) - \alpha T; \quad \alpha \text{ constante}$$

Entonces,  $n_p$  quedará:

$$n_p = 2 \left( \frac{2\pi \sqrt{m_e^* m_h^*} k_B}{h^2} \right)^{3/2} T^{3/2} \exp\left(\frac{\alpha}{2k_B}\right) \exp\left(-\frac{E_g(0)}{2k_B T}\right)$$

En el experimento tendremos oportunidad de medir la intensidad, el voltaje y la temperatura a la que se somete un semiconductor intrínseco. Con ello conoceremos la resistencia  $R$ , fácilmente relacionable con la conductividad. Si  $l$  es la longitud de la muestra y  $S$  su sección transversal en normal a la corriente,

$$\ln\left(\frac{1}{R}\right) = \chi + \ln\left(T^{-0.16} + \frac{C_e}{C_h} T^{-0.83}\right) - \frac{E_g(0)}{2k_B T} \quad (*)$$

con lo que disponemos de una expresión que permite obtener el gap a temperatura cero en función de la resistencia y la temperatura. En esta ecuación  $\chi$  es una constante.

## METODOLOGÍA

La Fig. 1 muestra la placa portadora de la muestra de germanio (1 en la Figura). Las dimensiones del cristal semiconductor (no dopado) son  $20.0 \times 10.0 \times 1.0 \text{ mm}^3$ . El módulo Phywe utilizado se conecta directamente a la tensión de 12 V ac de la fuente. El propio módulo se encarga de controlar la corriente que pasas por la muestras, calentarla cuando sea necesario y medir su temperatura. Actuando sobre el pulsador marcado en la fotografía, se cambia la lectura del display entre temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ ) y corriente (mA). El mando giratorio de la izquierda permite controlar la corriente que circula.



Fig. 1. Placa portadora de Germanio, con sus conexiones.

Inicialmente se aplicará una corriente de 5 mA; actúe sobre el pulsador para conocer la temperatura inicial de la muestra. Sin modificar la corriente, presione el pulsador de

calentamiento situado detrás del módulo (12). Observará que la temperatura sube rápidamente. Cuando alcance los 150 °C, púselo de nuevo para anular el calentamiento (**TENGA PRECAUCIÓN: EN ESTE MOMENTO LA PLACA ESTÁ LO SUFICIENTEMENTE CALIENTE COMO PARA PROVOCAR QUEMADURAS**). La placa de germanio empezará a enfriarse. Cada 5 °C de descenso, anote la temperatura y la tensión, hasta alcanzar aproximadamente la temperatura ambiente. Como la corriente es muy aproximadamente constante, es inmediato obtener la resistencia  $R$  de la muestra.

### RESULTADOS Y CUESTIONES

**R.1.** Obtenga una tabla de valores de  $V$  y  $R$  para cada valor de temperatura, tanto calentando como enfriando la muestra. Represente gráficamente  $R$  en función de la temperatura (K).

**R.2.** Represente gráficamente  $\ln(1/R)$  frente a  $1/T$ , para el proceso de enfriamiento. Considere la posibilidad de una relación lineal entre ambas magnitudes, de modo que la ecuación (\*) se podría simplificar para dar:

$$\ln\left(\frac{1}{R}\right) = B - \frac{E_g(0)}{2k_B T} \quad (**)$$

siendo  $B$  una constante. Realice entonces un ajuste por mínimos cuadrados de modo que se obtenga  $E_g(0)$ , promediando las pendientes obtenidas con los datos de enfriamiento y calentamiento.

**C.1.** Justifique numéricamente la simplificación de la ecuación (\*) para dar la (\*\*).

**C.2.** Hemos supuesto una dependencia lineal de  $E_g$  con  $T$ . Con las ecuaciones de que dispone, estime  $E_g(300 \text{ K})$ .

**C.3.** Compare sus resultados con los que se encuentran en la Bibliografía:  $E_g(0) = 0.75 \text{ eV}$ ;  $E_g(300 \text{ K}) = 0.67 \text{ eV}$ . Trate de explicar las posibles discrepancias, si las hubiere.

**BIBLIOGRAFÍA**

J.S. Blakemore. *Solid State Physics*. W.B. Saunders, Philadelphia (1974).

K.V. Shalimova. *Física de los Semiconductores*. Mir, Moscú (1975).

## 8. EFECTO HALL EN SEMICONDUCTORES

### OBJETO

Se pretende observar el efecto Hall e identificar algunas de las variables que influyen sobre él. Se determinará para ello la tensión Hall en placas de Ge-p y Ge-n en función de la corriente, del campo magnético aplicado y de la temperatura.

### FUNDAMENTO TEÓRICO

En 1879, E.H. Hall trataba de determinar si la fuerza que experimenta un hilo por el que circula una corriente eléctrica en presencia de un campo magnético se ejercía sobre todo el hilo o sólo sobre los electrones que se desplazan en el hilo. Él sospechaba que esto último era lo que ocurría, y su experimento se basaba en el argumento de que "si es la corriente la que es atraída por el imán, esta corriente debe dirigirse hacia un lado del hilo y por tanto la resistencia debe aumentar". Sus esfuerzos para detectar esta resistencia extra<sup>a</sup> no tuvieron ningún éxito. Hall lo explicó del siguiente modo: "Puede ser que el imán *tienda* a desviar la corriente sin conseguirlo. Es evidente que en tal caso debe existir un estado de stress en el conductor...". Ese *estado de stress* debe aparecer como una tensión transversal (la tensión Hall) que él fue capaz de medir.

La Fig. 1 muestra el esquema de un típico experimento Hall. Supongamos que una corriente de densidad  $\mathbf{J}$  circule por una barra conductora de anchura  $a$  y espesor  $b$ . Elijamos los puntos C y D en los caras laterales de la barra de modo que la diferencia de potencial entre ellos sea cero. Coloquemos esta barra en presencia de un campo magnético  $\mathbf{B}$  perpendicular a  $\mathbf{J}$ . Se encuentra experimentalmente que aparece entonces una diferencia de potencial  $V_H$  (llamada tensión Hall) entre los puntos C y D. Para campos magnéticos moderados el valor que se encuentra en el experimento es:

$$V_H = R_H B J a$$

donde el factor de proporcionalidad  $R_H$  se conoce como *coeficiente Hall*. Sus dimensiones son  $L^3/Q$  (Q: carga eléctrica).

Consideremos el origen físico de ese efecto. La fuerza de Lorentz,  $\mathbf{F}_{\text{Lorentz}}$ , que actúa sobre un electrón que se mueve con velocidad  $\mathbf{v}$  de derecha a izquierda (V. Figura) es:

---

<sup>a</sup>Es la magnetorresistencia, que sabemos que puede ocurrir en determinadas condiciones.

$$\mathbf{F}_{\text{Lorentz}} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

$$|\mathbf{F}_{\text{Lorentz}}| = |\mathbf{v} \perp \mathbf{B}| = qvB$$

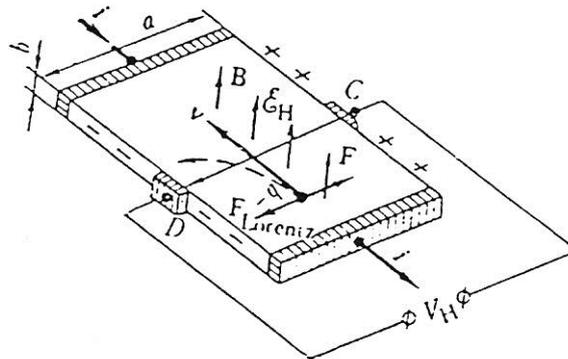


Fig. 1. Representación esquemática del experimento Hall.

Esta fuerza desvía los electrones hacia la cara externa de la barra (línea discontinua de la Fig. 1), de modo que en esa cara se acumulará un exceso de carga negativa, y lo mismo ocurrirá con carga positiva en la cara opuesta. Se tendrá entonces un campo eléctrico dirigido de C a D:

$$E_H = \frac{V_H}{a}$$

Este campo ejercerá una fuerza  $F = q E_H$  (también señalada en la Figura) sobre los electrones, que es opuesta a la fuerza de Lorentz. Cuando se dé la igualdad  $F = F_{\text{Lorentz}}$  el campo eléctrico transversal compensará la fuerza de Lorentz y cesará la acumulación de cargas en las caras laterales. De la igualdad

$$qvB = qE_H$$

obtenemos

$$E_H = vB$$

$$V_H = vBa$$

y teniendo en cuenta que la densidad de corriente es

$$J = nqv$$

siendo  $n$  la concentración de portadores y  $q$  su carga, se encuentra la siguiente expresión para la tensión Hall y el coeficiente Hall del material:

$$V_H = \frac{BJa}{nq}$$

$$R_H = \frac{1}{nq}$$

En el caso de semiconductores, si el material contiene  $n_h$  huecos y  $n_e$  electrones por unidad de volumen, el coeficiente Hall cambia para tener en cuenta la presencia de ambos tipos de portadores:

$$R_H = \frac{1}{e} \frac{n_h - n_e b}{(n_h + n_e b)^2}$$

$$b = \frac{\mu_e}{\mu_h}$$

siendo  $b$  el cociente de movilidades de electrones y huecos (v. práctica 7). Nótese que  $R_H$  puede ser positivo o negativo dependiendo de las concentraciones relativas de ambos tipos de portadores. Como dichas concentraciones están controladas por la temperatura,  $R_H$  dependerá de esta.

En efecto, según se muestra en la práctica 7, el producto de las concentraciones viene dado por:

$$n_e n_h = CT^3 \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right)$$

siendo  $C$  una constante característica de cada material. En un semiconductor intrínseco (no dopado),

$$n_e = n_h = n_p = C^{1/2} T^{3/2} \exp\left(-\frac{E_g}{k_B T}\right)$$

Si se trata de un material dopado  $n$  (las impurezas son donantes de electrones), con  $N_D$  átomos de impureza por  $m^3$ , a temperatura alta todos los donantes se habrán ionizado, y, por tanto,

$$n_e = N_D$$

mientras que los huecos tendrán una concentración

$$n_h = \frac{n_p^2}{N_D}$$

y se dice que se tiene el *intervalo extrínseco* de temperatura. Si esta crece aún más,

$$n_p \gg N_D$$

y el conductor será entonces intrínseco. La Fig. 2 da un diagrama esquemático del modo de variación de la concentración de portadores frente a  $1/T$ . En el extremo derecho de la curva, a temperaturas muy bajas, las impurezas no se ionizan, y se tiene el llamado bloqueo de portadores. La aplicación de la ley de acción masas nos da de nuevo una variación exponencial con la temperatura.

Si las impurezas de dopado generan huecos (semiconductor  $p$ , impurezas aceptoras), las ecuaciones anteriores se modifican:

$$n_h = N_A$$

$$n_e = \frac{n_p^2}{N_A}$$

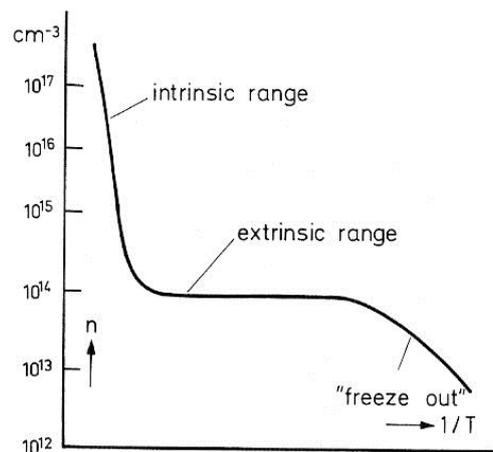


Fig. 2. Representación esquemática de la variación de la concentración de portadores con la temperatura.

## METODOLOGÍA

**(Lo que sigue se repetirá para las muestras de Ge- $p$  y Ge- $n$  si ambas están disponibles)**

La Fig. 3 representa el módulo de medida Hall en su parte delantera y trasera. Este módulo soporta la placa de germanio con todos sus conectores. Para su alimentación, se le aplica una tensión alterna de 12 V a los conectores traseros (11). La placa con la muestra se conecta en (9) y se sitúa entre los polos de un electroimán junto con la sonda de medida de campo magnético, conectada a un teslámetro, como indica la Fig. 4.

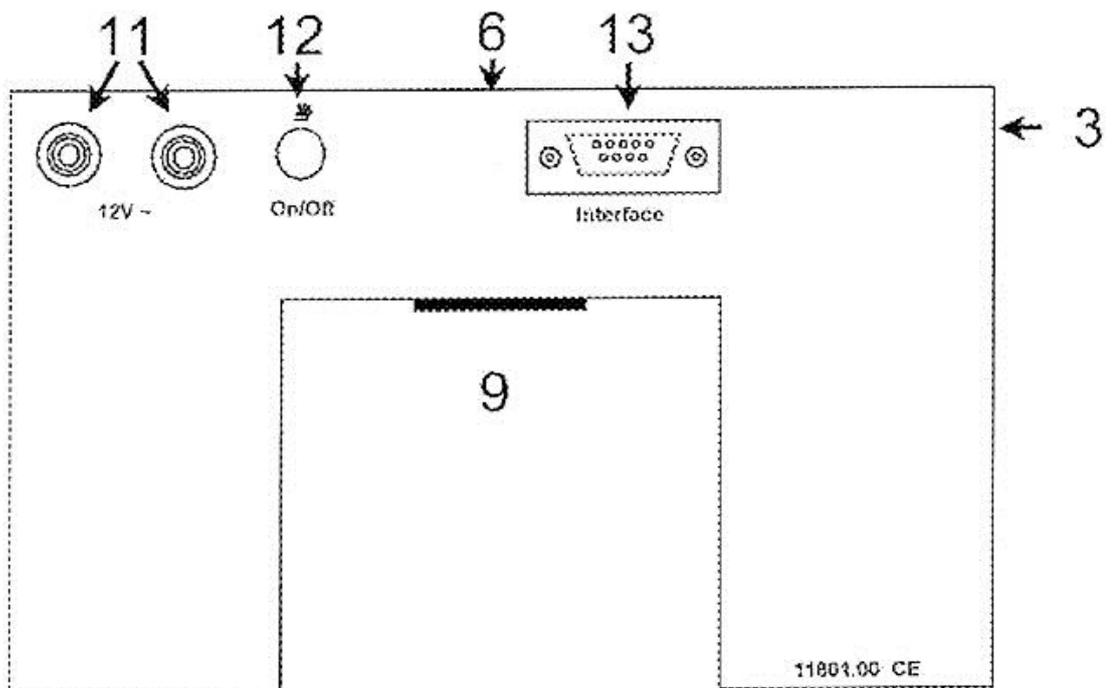
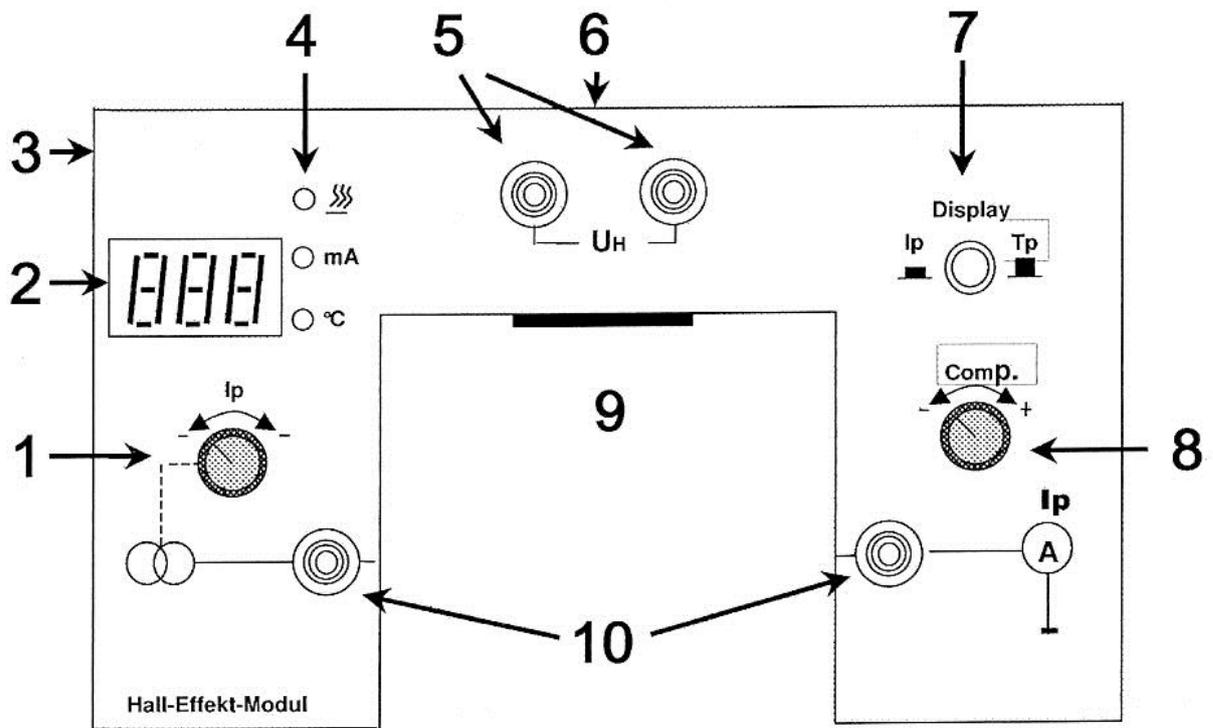


Fig. 3. Módulo Hall. Parte delantera y trasera.



Fig. 4. Fotografía con los elementos esenciales del montaje.

Para modificar el campo magnético basta con variar la intensidad de la corriente continua que alimenta las bobinas. Si se desea cambiar su sentido, se desconecta la fuente de alimentación y se intercambian los conectores que unen las bobinas a la misma.

La corriente que circula por la muestra se varía tanto en valor como en sentido usando el control (1). El pulsador 7 permite que el display (2) muestre corriente o temperatura. Seleccione en principio la posición de corriente.

La tensión Hall se mide conectando un polímetro (mV dc) en las salidas (5). El dispositivo incluye un control de compensación (8), que permite hacer cero la tensión Hall si no hay campo o corriente.

**Es muy importante que, excepto en la parte del experimento en la que esto se requiere, la muestra no se caliente. Se sabe que se produce calentamiento si el led rojo (4) está encendido. Si ocurre así, presione el pulsador trasero (12) para que se apague.**

Como procedimiento experimental se sugiere el siguiente:

- I. Con el dispositivo apagado, conecte, si no se ha hecho ya, la placa portadora (p o n) a la conexión (9) y colóquela entre los polos del electroimán y la sonda del teslámetro.
- II. Ponga el control de corriente (1) en su posición intermedia y conecte la alimentación alterna de 12 V a las entradas (12).
- III. Asegúrese de que el display (2) marca mA. Use el control (7) para ello.
- IV. Sin campo aplicado, haga pasar una corriente de unos 20 mA. Observe la lectura de tensión Hall en el multímetro conectado a (5). Debiera ser nula. Si no es así, probablemente los terminales soldados a la placa para la medida de  $V_H$  no están exactamente alineados. Use el control de compensación (8) para hacer cero en  $V_H$ .
- V. Aplique un campo magnético de unas 200 mT y determine la tensión Hall en función de la corriente para valores de esta entre -50 y +50 mA a intervalos de 5-10 mA.
- VI. Repita IV.
- VII. Haga pasar ahora una corriente de unos 20 mA, y determine  $V_H$  en función del campo magnético para campos entre -250 y +250 mT (intervalos de 50 mT, aproximadamente).
- VIII. La determinación del coeficiente Hall en función de la temperatura es algo más delicada por el peligro de que la placa se dañe si la temperatura es excesiva. Por ello, realice esta parte con sumo cuidado:
  - a. Comience por aplicar una corriente de 20 mA y un campo de 250 mT.
  - b. Retire la sonda para que no se caliente.
  - c. Con el pulsador (7) haga que el display muestre temperatura.
  - d. Conecte el calentamiento con el botón (12). Registre valores de tensión Hall en función de la temperatura a intervalos de 10 °C desde temperatura ambiente hasta unos 150 °C. **No sobrepase este valor.** Normalmente, el calentamiento es demasiado rápido, de modo que debe desconectarlo y tome el dato cuando la temperatura se estabilice o aumente poco. Entonces puede volver a conectar.
  - e. Repita (d) en el proceso de enfriamiento.
- IX. Repita los aparatos I-V para la segunda placa de germanio (n o p), de modo que pueda observar las diferencias debidas al diferente signo del dopado.

## RESULTADOS Y CUESTIONES

**R.1.** Expresar en una Tabla y representar gráficamente la dependencia de la tensión Hall con la corriente a campo magnético constante. Si obtiene una dependencia lineal, ajústela por mínimos cuadrados e incluya en la gráfica la recta de ajuste. Obtenga el valor del coeficiente de Hall. En la misma Tabla y representación, incluya los datos de ambas placas de Ge.

**C.1.** Comente los comportamientos observados en ambas muestras, en particular los signos respectivos de los coeficientes Hall a temperatura ambiente.

**R.2.** Repita **R.1** para los datos de tensión Hall-campo a corriente constante.

**C.2.** Comente sus resultados de **R.2** atendiendo a:

- ¿Era de esperar el signo obtenido para  $R_H$ ?
- ¿Son comparables los valores (y coinciden los signos) de  $R_H$  obtenidos por los dos métodos?
- Calcule la concentración de portadores obtenida por ambos métodos y compárelas.

**R.3.** Represente gráficamente la dependencia del coeficiente Hall con la temperatura.

**C.3.** Comente detalladamente sus resultados **R.3**.

## BIBLIOGRAFÍA

Phywe AG. *Hall effect module.11801.00/2103*.

K.V. Shalíмова. *Física de los Semiconductores*. Mir, Moscú (1982).

K. Seeger. *Semiconductor Physics. An Introduction*. Springer Verlag, Berlín (1988).

C. Kittel. *Introducción a la Física del Estado Sólido*. Reverté, Barcelona (1995).

## 9. EFECTO HALL EN METALES

### OBJETO

Se pretende determinar el coeficiente Hall en láminas delgadas de zinc y cobre. Para ello, se medirá la tensión Hall en las muestras y se determinará el coeficiente Hall mediante medidas de la corriente e inducción magnética.

### FUNDAMENTO TEÓRICO

Como se ha discutido en la práctica 8, el coeficiente Hall de un material formado por un conjunto de portadores libres cuya concentración es  $n_p$  y cuya carga es  $q$  es:

$$R_H = \frac{1}{n_p q}$$

En el caso de un metal, en el que los portadores se suponen electrones libres de carga  $-e$  y densidad  $n$ , el coeficiente será negativo:

$$R_H = -\frac{1}{ne}$$

Esta es la situación con la muestra de cobre que se estudiará en este experimento: para bajos valores de campo magnético se puede considerar una buena aproximación el modelo de electrones libres, con un gas de electrones formado por los electrones de valencia (uno por átomo para el cobre). Por el contrario, el valor positivo que se encuentra para el coeficiente Hall del zinc o el cadmio, indica que a estos metales no les es aplicable el modelo ni siquiera de modo aproximado. Ha de considerarse la existencia de bandas de energía, consecuencia del potencial periódico al que realmente se ven sometidos los electrones en el metal. En los átomos aislados de zinc (configuración electrónica  $[\text{Ar}]3d^{10}4s^2$ ), los orbitales  $3d$  están muy próximos en energía a los orbitales  $4s$ . Cuando se aproximan dos átomos a la distancia de equilibrio en el sólido, cada nivel discreto de energía ( $4s$  o  $3d$ ) se transforma en una banda casicontinua de energía en la que pueden situarse  $2N$  (banda  $4s$ ) o  $10N$  (banda  $d$ ) electrones, siendo  $N$  el número total de celdas unidad del cristal. La situación se muestra esquemáticamente en la Fig. 1, para el caso sencillo de un cristal de sodio.

No todos los estados accesibles a los electrones en las bandas  $4s$  y  $3d$  están ocupados: solamente aquellos cuya energía es menor o igual a la llamada energía de Fermi (9.47 eV en el caso del Zn). Como se muestra en la parte b) de la Fig. 1, ambas bandas están

parcialmente ocupadas: en particular, la  $3d$  está prácticamente llena. Puede demostrarse (Ashcroft-Mermin, Cap. 12) que si las órbitas electrónicas y de hueco en presencia de campo magnético son cerradas, cada una contribuye al coeficiente Hall de acuerdo con el signo de sus portadores, de modo que:

$$R_H = -\frac{1}{n_{ef}e}; \quad n_{ef} = n_e - n_h$$

Como encontrará en este experimento, el coeficiente Hall resulta positivo para el zinc, lo que indica una mayor contribución de los portadores positivos de la banda  $d$ .

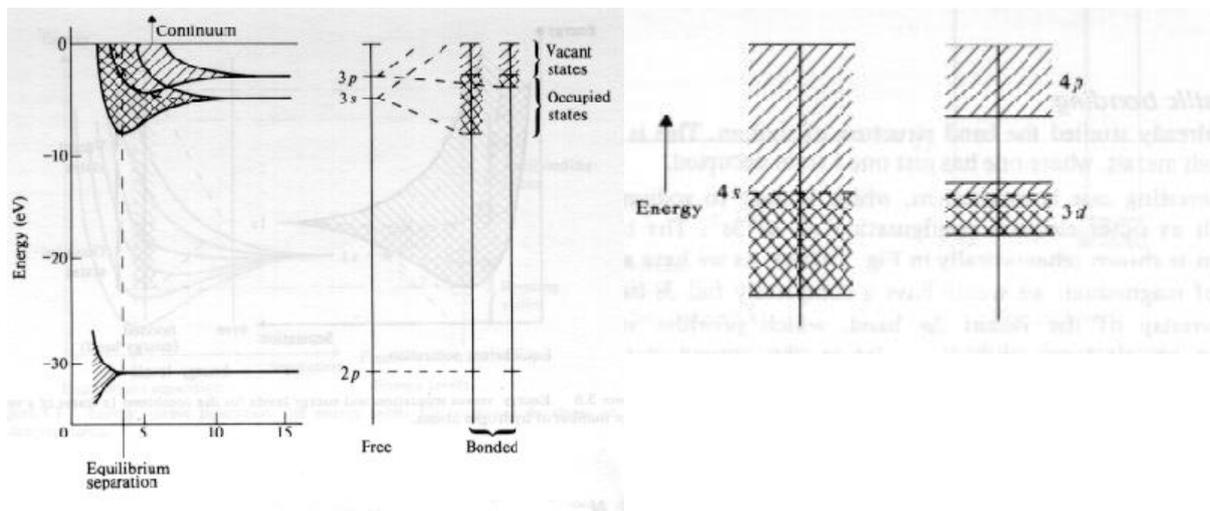


Fig. 1. a) Esquema de la formación de bandas de energía en cristales.  
b) Situación del nivel de Fermi en metales de transición.

## METODOLOGÍA

La Figura 2 muestra el equipo experimental. El procedimiento a seguir es:

1. Coloque la placa con la película de metal sobre las bobinas con la máxima precaución para no dañar el cristal (la Fig. 2 muestra el equipo experimental y su disposición). A continuación sitúe las piezas polares y la sonda Hall para la medida del campo magnético.



Fig. 2. Equipo experimental

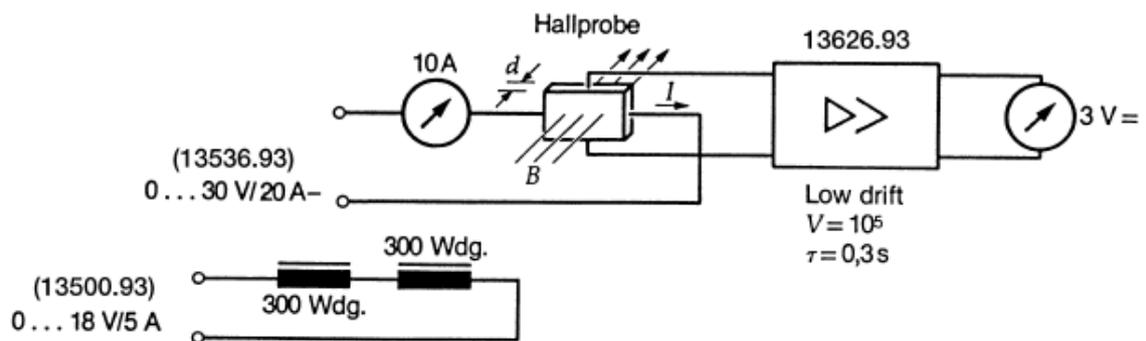


Fig. 3. Esquema de conexiones

2. Realice las conexiones eléctricas tal como se indica en la Fig. 3. La salida de la fuente de alimentación continua se hace pasar por un reostato antes de conectarse a la muestra. La corriente que pasa por ésta se mide por un amperímetro colocado en serie con el circuito. La corriente puede modificarse actuando sobre el mando de control de la fuente o sobre el reostato; nunca supere los 12 A. Las conexiones transversales para medida de la tensión Hall se llevan a un amplificador de señal, ajustado para una amplificación de  $10^3$ .
3. Las bobinas se alimentan mediante otra fuente de alimentación continua variable. Modificando la tensión de alimentación se puede variar el campo magnético que produce. Este nunca podrá superar las 550 mT.
4. **Puesta a cero de la tensión Hall.** Debido a que los contactos Hall (transversales) no pueden estar exactamente alineados, se observará tensión Hall cuando esté pasando corriente por la muestra sin campo magnético aplicado. Antes de realizar las medidas dicho efecto debe compensarse usando el potenciómetro situado en la parte de atrás de la placa. Para ello:
  - a. Desconecte la corriente
  - b. Ajuste el potenciómetro de puesta a cero del amplificador de modo que la tensión en el milivoltímetro sea de 1 V
  - c. Conecte una corriente de 5 A
  - d. Ajuste el potenciómetro de compensación situado en la parte posterior de la placa, hasta lograr de nuevo la lectura de 1 V.
  - e. Repita las operaciones a-d las veces necesarias para conseguir que la tensión amplificada sea aproximadamente la misma con y sin corriente.
5. **Medida de la tensión Hall en función de la corriente a campo constante.** Esta determinación no es sencilla debido a que los voltajes que se van a medir son del orden de los microvoltios y por tanto se ven muy afectados por fluctuaciones térmicas o campos parásitos. Se recomienda entrelazar los cables de entrada al amplificador y seguir el siguiente procedimiento:
  - a. Fije el valor del campo magnético a 300 mT.

- b. Haga pasar una corriente de 1A por la muestra y anote la lectura del milivoltímetro (recuede que está amplificada en un factor 1000).
- c. Desconecte el campo magnético y vuelva a anotar dicha tensión de salida. La diferencia entre los valores obtenidos con y sin campo es la tensión Hall  $V_H$ .
- d. Repita b y c para distintas corrientes entre -12 y 12 A.

**6. Medida de la tensión Hall en función del campo a corriente constante.**

- a. Haga pasar una corriente  $I$  de 4 A.
- b. Aplique un campo magnético de 100 mT y anote la tensión de salida del amplificador.
- c. Repita el procedimiento indicado en 5.c.
- d. Repita f y g para campos magnéticos entre -500 y +500 mT.

**7. Repita los procedimientos 4 y 6 para la segunda muestra.**

**RESULTADOS Y CUESTIONES**

**R.1.** Represente gráficamente, para cada muestra, la tensión Hall frente a la corriente usando los datos obtenidos en 5. Ajuste por mínimos cuadrados la dependencia lineal obtenida y represente la recta de regresión junto con sus datos experimentales. Indique los parámetros de ajuste con su error.

**R.2.** Repita para la dependencia  $V_H - B$ .

**C.1.** Encuentre las expresiones que relacionan las pendientes obtenidas en **R.1** y **R.2** con el coeficiente Hall de cada uno de los metales empleados.

**R.3.** Calcule a continuación los coeficientes Hall de cobre y cinc.

**C.2.** Compare estos resultados con los datos bibliográficos. Cobre:  $R_H = -0.53 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3/\text{C}$ ; cinc:  $R_H = +10 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{C}$ .

**C.3.** Calcule el coeficiente Hall de cobre y zinc suponiendo que para ambos fuese válido el modelo de electrones libres. Para ello tenga en cuenta que el cobre tiene un electrón de valencia y es fcc con  $a=3.61 \text{ \AA}$ , y que el cinc es hexagonal compacta con dos electrones de valencia con  $a=2.66 \text{ \AA}$  y  $c/a=1.856$ . Compare este cálculo con los resultados experimentales.

### **BIBLIOGRAFÍA**

N.W. Ashcroft. *Solid State Physics*. HRW, Tokio (1981).

W.A. Harrison. *Solid State Theory*,. Dover Publications, New York (1979).

N.F. Mott. y H. Jones. *The Theory of the Properties of Metals and Alloys*. Dover Publications, New York (1958).

*Consulte igualmente el guión de la práctica 8.*

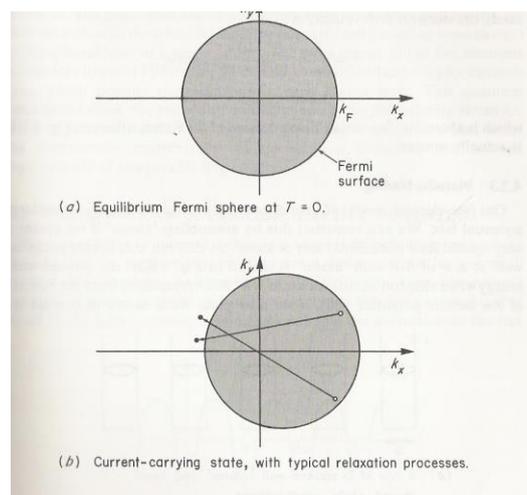
## 10. EFECTO DE LA TEMPERATURA SOBRE LA CONDUCTIVIDAD DE LOS METALES

### OBJETO

Como sabe, una de las propiedades distintivas del comportamiento metálico es su elevada conductividad eléctrica, pero también lo es su dependencia con la temperatura. En efecto, la conductividad es extremadamente dependiente de la temperatura, y dicha dependencia está ligada a los mecanismos colisión entre los electrones del metal y los fonones o cuantos de vibración de red excitados térmicamente. En este experimentos, se pretende determinar esa dependencia en el intervalo temperatura ambiente-200 °C usando una resistencia de platino y un sistema automatizado de registro de datos.

### FUNDAMENTO TEÓRICO

Como recordará de Física Estadística y se verá en clase, los electrones de un metal en su estado fundamental se ven obligados por el principio de Pauli a ocupar estados  $\mathbf{k}$  en el interior de la *esfera de Fermi*, de radio  $k_F$  (el vector de onda de Fermi). En ausencia de campo aplicado, los electrones ocupan todos los estados permitidos dentro de la esfera, y por simetría ello da un flujo neto de carga en cualquier dirección. Al aplicar una campo eléctrico en dirección  $-x$ , por ejemplo, la esfera se desplaza hacia valores positivos de  $k_x$ , dando una corriente neta. Esto se ilustra en las Figuras (a) y (b) que se incluyen a continuación.



Aunque el campo eléctrico no se desconecte, la corriente no crece indefinidamente, es decir, la esfera no se desplaza sin límite, y ello es debido a que los electrones sufren procesos de relajación como los indicados, que tienden a llevarlos a su configuración de equilibrio.

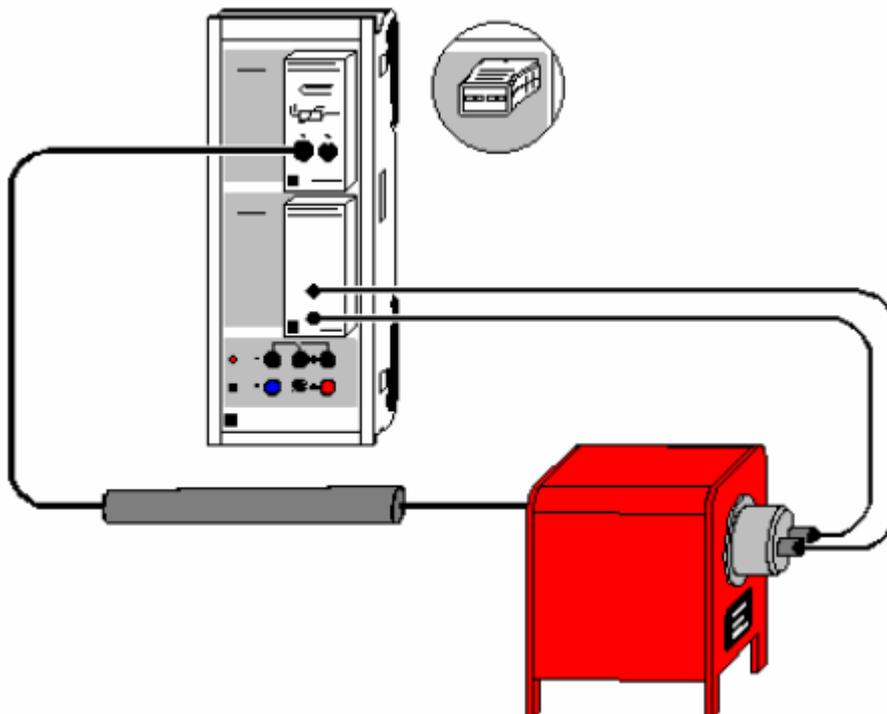
Tales procesos suponen cambios del vector de onda de los electrones del orden de  $k_F$ . Los fonones pueden tener esos valores de  $k$ , pero su energía máxima es mucho menor que la energía de Fermi<sup>b</sup>, con lo que los electrones solo experimentan procesos en los que su energía cambia poco, aunque su momento pueda cambiar mucho. El camino libre medio entre colisiones será inversamente proporcional al número de fonones; por otro lado, a temperaturas suficientemente elevadas (típicamente por encima de la ambiente) el número de fonones es proporcional a la temperatura, como se deduce de la distribución de Planck:

$$n(\mathbf{q}) = \frac{1}{e^{\hbar\omega(\mathbf{q})/k_B T} - 1} \cong \frac{k_B T}{\hbar\omega(\mathbf{q})}$$

Se deduce de aquí que la resistividad debe crecer linealmente con la temperatura, es decir, la conductividad debe disminuir linealmente con  $T$  cuando el metal se calienta por encima de la temperatura ambiente.

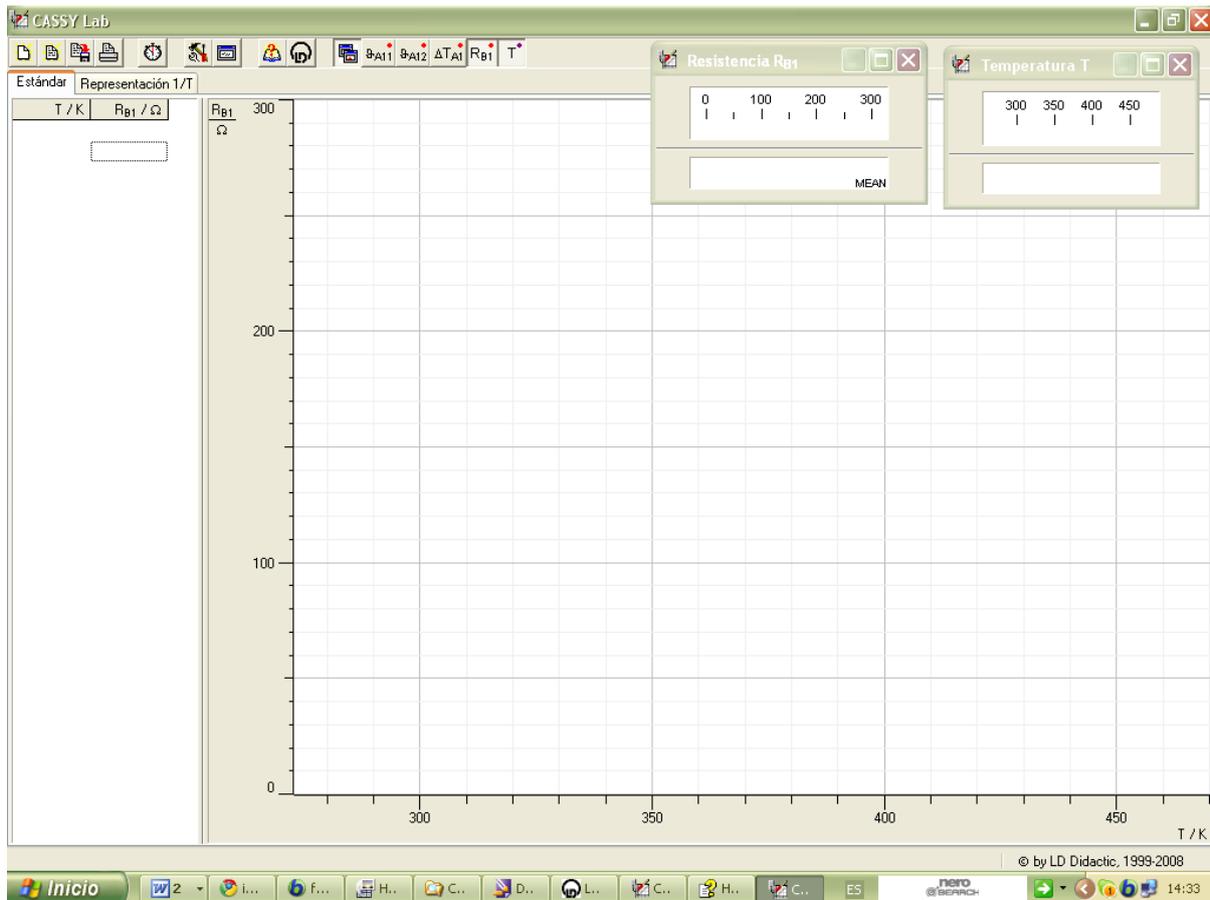
### METODOLOGÍA

Para la determinación experimental de la resistencia, se usa un dispositivo diseñado por Leybold-Didactic (Alemania), como se esquematiza:



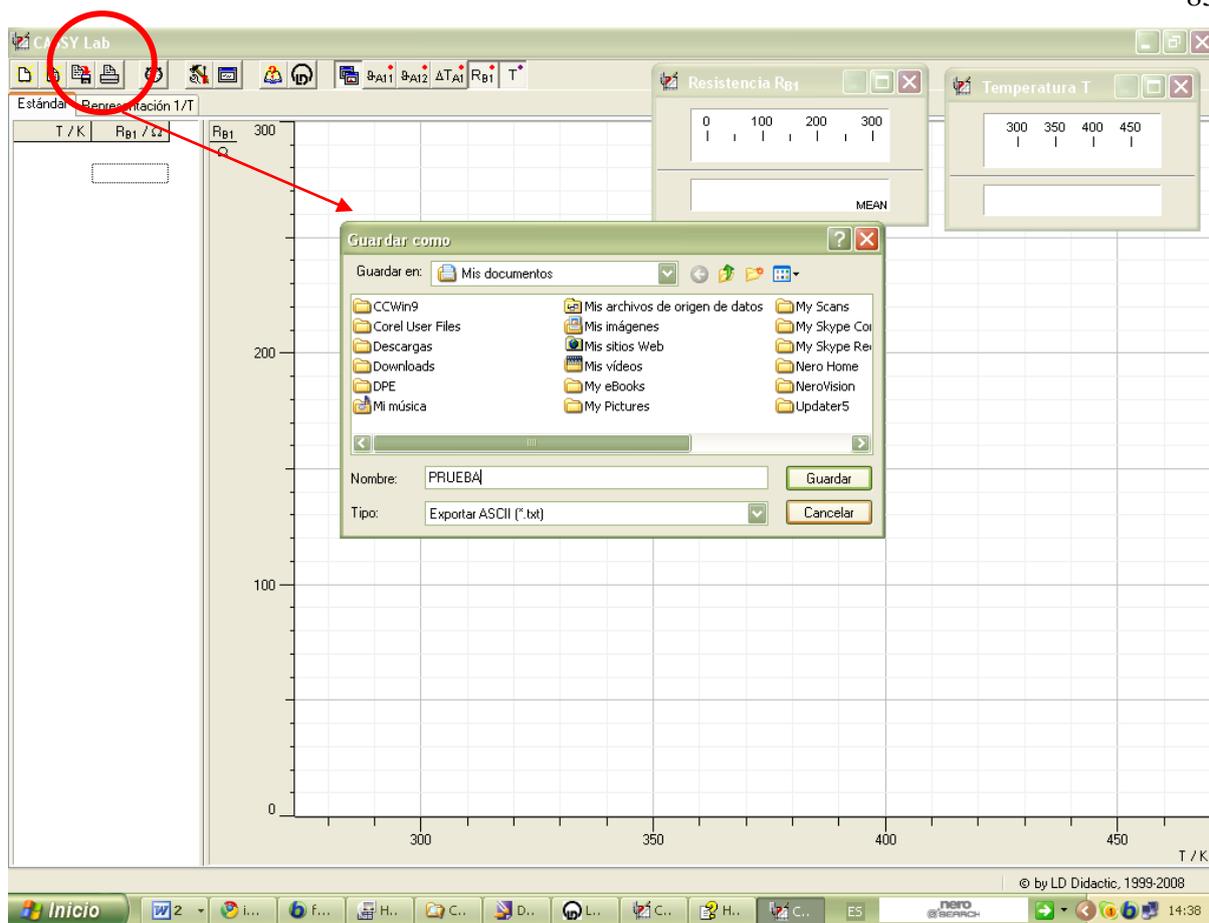
<sup>b</sup> Esa energía corresponde a una vibración de unos  $10^{13}$  rad/s, o sea, unas centésimas de eV, mientras que la energía de los electrones de la superficie de Fermi es de varios eV.

La temperatura se varía mediante un horno conectado a la red eléctrica, y su medición se realiza con un termopar Cr/Ni-Cr. Tanto este termopar como la propia resistencia de platino se conectan a una unidad de medida automatizada CASSY-LAB, muy versátil y diseñada por el mismo fabricante. Al abrir el programa que encontrará en el escritorio del ordenador, aparecerá la siguiente pantalla:



Los pasos a seguir son:

1. Pulse **F9** para que se inicie la toma de datos.
2. Conecte el horno para que empiece el calentamiento de la resistencia.
3. El dispositivo toma datos cada 5 K. **LA TEMPERATURA NO DEBE SUBIR DE UNOS 473 K (220 °C)**. Cuando se alcance esta temperatura, **DESCONECTE EL HORNO**.
5. Continúe con la toma de datos durante el enfriamiento del horno.
6. Cuando se aproxime a la temperatura ambiente, detenga el registro de datos.
7. Guarde una copia en forma de texto del conjunto de datos:



8. Pulse en la Tabla de datos de la izquierda con el botón derecho, para obtener una copia de la Tabla.

## RESULTADOS Y CUESTIONES

**R.1.** Represente gráficamente, los datos de resistencia frente a temperatura. Use la misma representación (distinto símbolo) para el calentamiento y el enfriamiento. Calcule las rectas de mejor ajuste por mínimos cuadrados, y represéntelas junto a los datos.

**R.2.** Indique en una Tabla las pendientes y ordenadas en el origen (para temperaturas crecientes y decrecientes) con sus correspondientes incertidumbres y cifras significativas. Incluya igualmente el coeficiente de correlación. Comente.

**C.1.** Indique los valores del coeficiente de temperatura  $\alpha$  y de la resistencia a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $R_0$  ( $R = R_0[1 + \alpha(T - 273\text{ K})]$ ) y compárelos con los datos de la bibliografía ( $100\ \Omega$  y  $0.00392\ \text{K}^{-1}$  para el platino). Comente.

**C.2.** Sabiendo que el diámetro de la resistencia es  $0.07 \pm 0.01$  mm, y su longitud es  $3.70 \pm 0.01$  m, calcule la resistividad del platino a  $0$  °C. Dato experimental:  $105 \text{ n}\Omega\cdot\text{m}$  a  $20$  °C. Comente.

### **BIBLIOGRAFÍA**

N.W. Ashcroft. *Solid State Physics* . HRW, Tokio (1981).

N.F. Mott. y H. Jones. *The Theory of the Properties of Metals and Alloys*. Dover Publications, New York (1958).

*Consulte igualmente el guión de la práctica 6.*

## 11. FOTOCONDUCTIVIDAD

### Objetivos

Se pretende en este experimento un estudio del fenómeno de la **fotoconductividad**, es decir, el aumento de la conductividad eléctrica  $\sigma$  de un sólido debido a la absorción de luz. Cuando tiene lugar el llamado *fotofecto interno*, la energía absorbida produce pares electrón-hueco, aumentando por ello la conductividad eléctrica. Los semiconductores que presentan resistencia dependiente de la irradiancia (fotorresistencias) se basan en este fenómeno y tienen multitud de aplicaciones en campos como la medida de intensidad luminosa, o el automatismo de interruptores de encendido luz/oscuridad. En este experimento pretendemos observar el fenómeno y comprobar cómo se modifica la relación tensión-corriente de una fotorresistencia de sulfuro de cadmio, CdS, al variar la intensidad incidente sobre ella.

### Fundamento. El fotofecto interno

La absorción de luz se pone de manifiesto considerando, como indica la Fig. 1, que un haz de intensidad  $I_0$  que atraviesa una distancia  $x$  en la muestra tiene una intensidad menor a la salida, que denominamos  $I$ . Ambas intensidades se relacionan a través del *coeficiente de absorción*  $k$ , como sigue:

$$J = J_0 \exp(-kx) \quad (8.1)$$

La luz absorbida puede producir exceso de portadores excitando los electrones de la banda de valencia a la de conducción. Ello exige que la energía del fotón  $h\nu$  sea igual o superior a la anchura la banda de energía prohibida del semiconductor si este es intrínseco. En el caso de semiconductores dopados, si los niveles de impureza son  $E_1$  o  $E_2$  y  $E_{1m}$  o  $E_{2m}$  son sus energía de ionización se podrán tener aumentos de conductividad si las condiciones son:

$$\begin{aligned} h\nu &\geq E_g \\ h\nu &\geq E_{1m} \\ h\nu &\geq E_{2m} \end{aligned} \quad (8.2)$$

La conductividad de la muestra se podrá expresar como:

$$\sigma(I_0) = \sigma_0 + \Delta\sigma = \sigma_0 + e(\mu_e \Delta n_e + \mu_h \Delta n_h) \quad (8.3)$$

en función de las variaciones de concentración de electrones y huecos y de sus movilidades. El término  $\sigma_0$  recibe el nombre de *conductividad en oscuridad*.

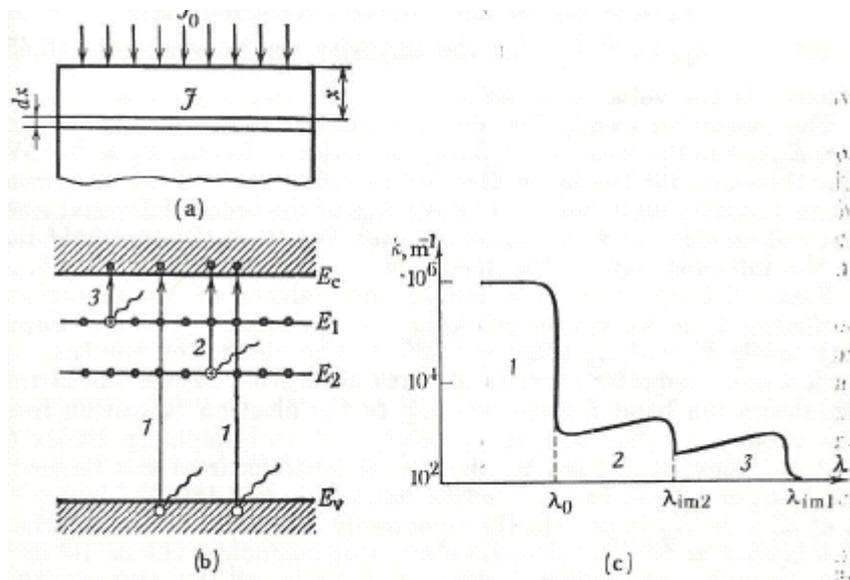


Fig. 1. Esquema del proceso de generación de portadores por absorción de luz (*fotofecto interno*). (a): proceso de absorción; (b) excitación de portadores libres desde la banda de valencia (semiconductor intrínseco) o desde niveles de impureza; (c): dependencia del coeficiente de absorción con la longitud de onda de la luz incidente.  $\lambda_0$  es el umbral del fotofecto;  $\lambda_{im1}$ ,  $\lambda_{im2}$ : umbrales de fotoconductividad por impurezas.

En semiconductores puros,  $E_g \approx 0.1-5$  eV, aunque la mayoría están en el intervalo 1-3 eV, incluyendo por tanto la parte visible del espectro. Muchos semiconductores dopados, por otro lado, tienen energía de ionización  $E_{im}$  del orden de 1/10 de estos valores, es decir, en el infrarrojo. Como se muestra en la Fig. 1, pueden identificarse umbrales de longitud de

onda para el fotoefecto: las longitudes de onda han de ser menores que los umbrales para que se dé la absorción:

$$\begin{aligned}\lambda_0 &= hc / E_g \\ \lambda_{im} &= hc / E_{im}\end{aligned}\quad (8.4)$$

En nuestro caso, la fotorresistencia usada es de CdS, cuya fotoconductividad puede ser mayor que la conductividad en oscuridad en un factor  $10^5$ - $10^6$ . La anchura de la banda de energía prohibida en este semiconductor es de 2.42 eV (511 nm). La Fig. 2 es un esquema de la construcción de esta fotorresistencia.

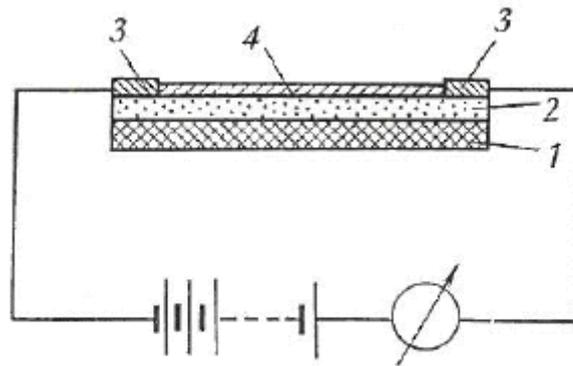


Fig. 2. Representación esquemática de una fotorresistencia. 1: Sustrato aislante; 2: película semiconductora de CdS en nuestro caso; 3: electrodos metálicos; 4: encapsulado de protección.

### Recombinación. Vida media de los portadores

Si no existiera el fenómeno de la *recombinación*, el número de portadores de exceso crecería indefinidamente y nunca se alcanzaría el estado estacionario fotoconductor. Los portadores de exceso, sin embargo, tienen una vida media limitada, debida al fenómeno citado, que hace desaparecer los pares electrón-hueco a un ritmo tanto mayor cuanto más elevada es la concentración de portadores de no equilibrio creados. El estado estacionario se encuentra cuando las velocidades de creación y recombinación se igualan. Si  $\tau$  es el tiempo característico del proceso de recombinación, la fotoconductividad alcanzará su valor

estacionario en un tiempo de ese orden, y, recíprocamente, desaparecerá en el mismo tiempo, si cesa la iluminación (Fig. 3).

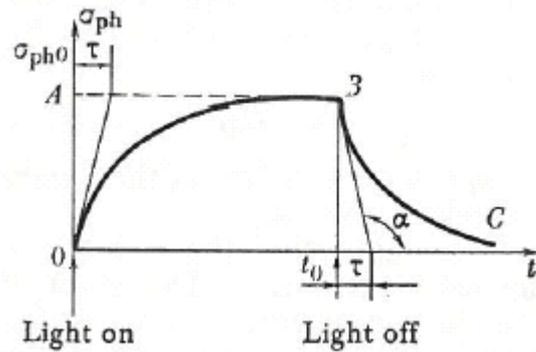
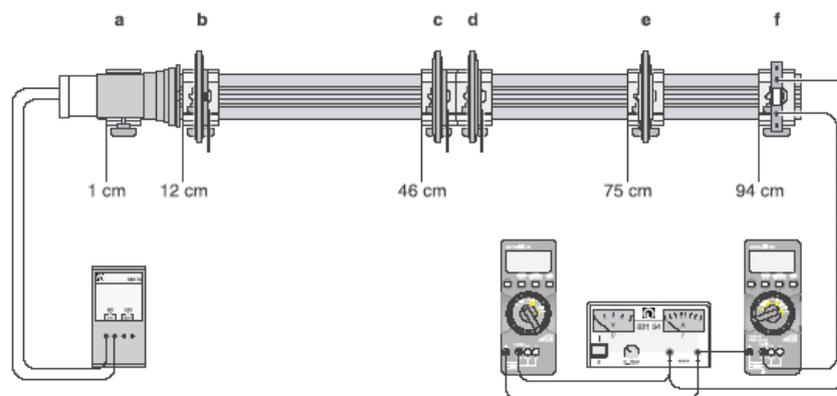


Fig. 3. Crecimiento de la fotoconductividad al iluminar y decrecimiento al oscurecer.

### Realización experimental

En el experimento, una fotorresistencia de CdS se expone a la luz procedente de una lámpara incandescente. La irradiancia (potencia incidente por unidad de superficie)  $\Phi$  se hace variar modificando el ángulo de dos polarizadores situados en antes de la fotorresistencia en un banco óptico (Fig. 4). Podemos escribir:

$$\Phi = \Phi_0 \cos^2 \alpha \quad (8.5)$$



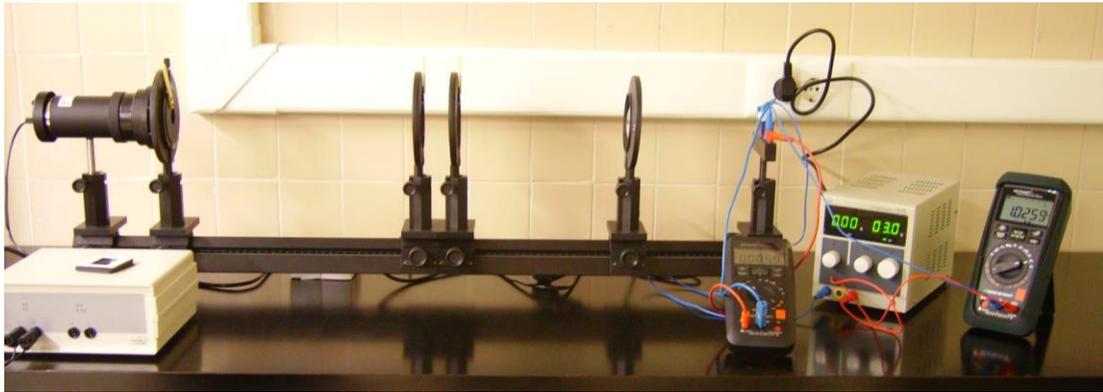


Fig. 4. Esquema y fotografía del dispositivo experimental. a: lámpara; b: rendija ajustable; c,d: polarizadores; e: lente de distancia focal 150 mm; f: soporte de la fotorresistencia encapsulada.

En el experimento se determinará la fotocorriente en función de la tensión aplicada para diferentes irradiancias y en función de la irradiancia para diferentes tensiones. Seguiremos los siguientes pasos:

1. Monte los soportes de los elementos ópticos en el banco óptico.
2. Sitúe la fotorresistencia en su soporte en el extremo derecho del banco y la lámpara con su lente condensadora en el extremo izquierdo. Conéctela a su fuente de alimentación (6 V).
3. Centre la lámpara hasta conseguir una iluminación homogénea de la fotorresistencia (FR).
4. Coloque la lente (la parte convexa hacia la lámpara y enfoque el haz sobre la FR).
5. Sitúe los polarizadores a ángulo cero y abra la rendija 0.2 mm.
6. Compruebe la iluminación y **CIERRE COMPLETAMENTE** la rendija.
7. Conecte la FR y los multímetros (el 14S en paralelo para tensión y el 18S en serie para corriente) a la fuente de alimentación variable DC.
8. Conecte la fuente (con los controles de tensión a cero) y seleccione 20 V. Abra poco a poco la rendija hasta obtener una intensidad **NO MAYOR DE 0.9 mA**.

9. Coloque los polarizadores a cero grados y desconecte la fuente de alimentación de la lámpara, para determinar la fotocorriente debida a luz residual a 20 V, con la caja de protección colocada.
10. Mida la fotocorriente para tensiones entre 20 V y 2 V (intervalos de 2 V).
11. Repita 10, variando la irradiancia sucesivamente mediante la selección de 30°, 60° y 90° en el ángulo entre polarizadores.
12. Con la fuente a 20 V, conecte la lámpara y mida la fotocorriente para distintos ángulos entre los polarizadores (0° a 90°, intervalos de 10°).
13. Repita 12 para 10 V y 1 V de alimentación.
14. Con la lámpara desconectada y la fuente de alimentación apagada, conecte los terminales de corriente al sistema de medida Cassy-Lab (en el Apéndice están las instrucciones de funcionamiento), programado para medir corriente en función del tiempo, de modo que pueda determinarse el tiempo  $\tau$ , como se indica en la Fig. 3. Para ello, conecte la fuente a 20 V e inicie la toma de datos. Conecte la iluminación y, cuando observe estabilidad en los datos, desconéctela. Detenga la toma de datos cuando la intensidad vuelva a cero. Puede obtenerse  $\tau$  mediante ajuste lineal, admitiendo dependencia exponencial:

$$I = I_0 [1 - \exp(-t/\tau)] \text{ (encendido en } t = 0); \ln\left(1 - \frac{I}{I_0}\right) = -\frac{t}{\tau}$$

$$I = I_0 [\exp(-t/\tau)] \text{ (apagado en } t = 0); \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\frac{t}{\tau}$$

15. Repita 14 con las otras fotorresistencias que se suministran con el equipo.

## NOTAS

**1. La FR se destruye por sobrecarga. Máxima potencia eléctrica 0.2 W ( $I$  menor de 10 mA para 20 V).**

**2. Basta una pequeña intensidad de luz ambiental para afectar a las medidas. La caja de protección debe estar colocada durante todo el experimento.**

**3. Por lo que se ha visto en Fig. 3, la lectura de corriente tarda un tiempo en ser estable. Asegúrese de obtener lecturas en estado estacionario.**

## RESULTADOS Y CUESTIONES

**R1.** Represente los datos obtenidos en los apartados 10,11.

**C1.** ¿Son lineales las dependencias encontradas en **R1**? Realice ajustes por mínimos cuadrados de cada una, indicando el coeficiente de correlación y las incertidumbres en los parámetros de ajuste. Comente si el comportamiento es óhmico y estime las resistencias para cada intensidad luminosa.

**R2.** Represente los datos de los apartados 13 y 14 como fotocorriente en función del ángulo entre polarizadores y fotocorriente en función del  $\cos^2$  del ángulo.

**C2.** ¿Encuentra linealidad en alguna de las dos representaciones de **R2**? Justifique su respuesta. Realice ajustes lineales por mínimos cuadrados en los casos en que se aparente la linealidad. Comente.

**R3.** Represente las curvas  $I-t$  del apartado 15.

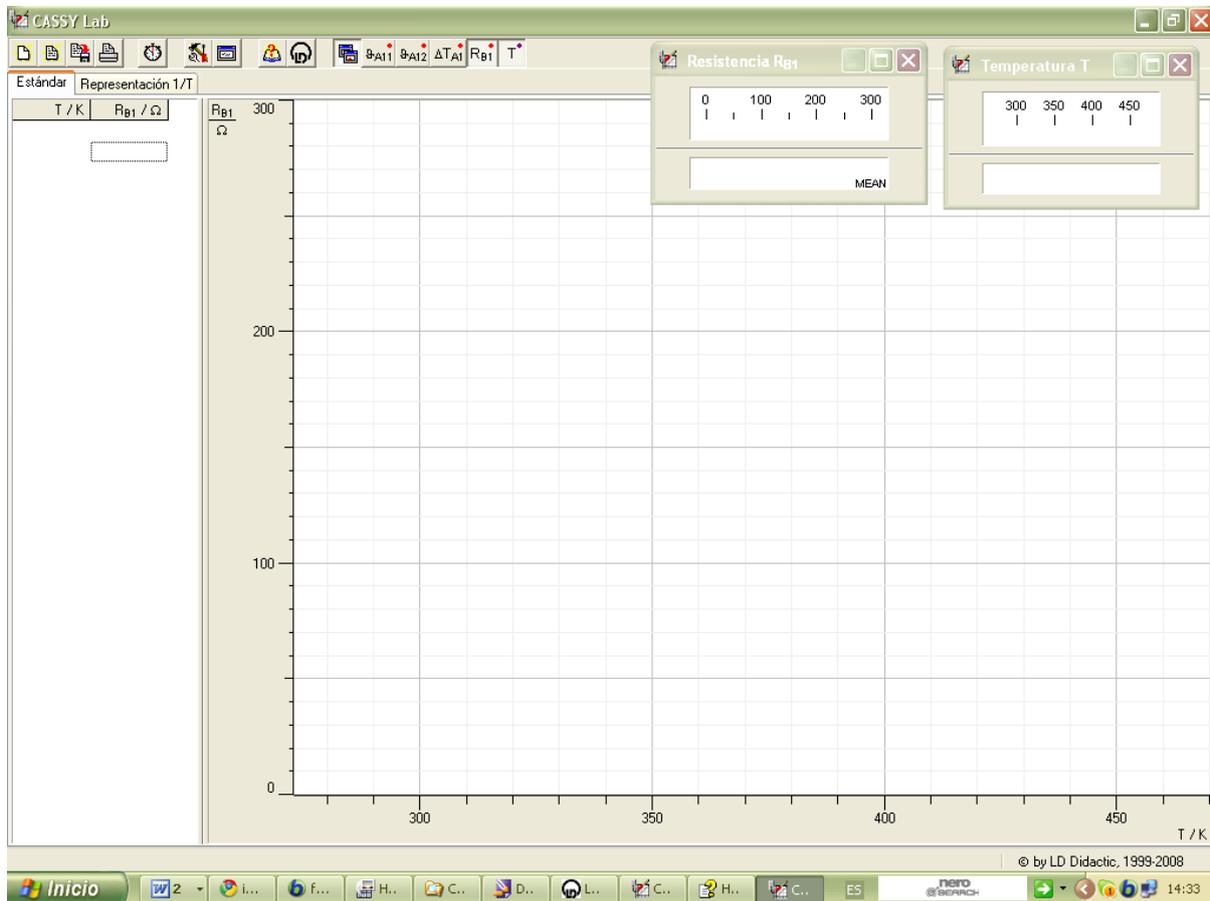
**C3.** Represente y ajuste por mínimos cuadrados los datos de  $\ln\left(1-\frac{I}{I_0}\right)$  y  $\ln\left(\frac{I}{I_0}\right)$ ,

obteniendo el valor de  $\tau$  al encender y apagar. Comente los valores obtenidos y compárelos para las distintas FR utilizadas.

**C3.** Busque en la bibliografía información sobre las características de las fotorresistencias de CdS y sobre sus aplicaciones.

## SOBRE EL USO DEL SISTEMA CASSY-LAB

Al abrir el programa que encontrará en el escritorio del ordenador, aparecerá una pantalla parecida a la que sigue:



Los pasos a seguir son:

1. Conecte la fuente a 20 V, y pulse **F9** para que se inicie la toma de datos.
2. Conecte la iluminación y desconecte una vez estabilizada la señal.
3. Detenga la toma de datos cuando se hayan completado al menos dos ciclos.
5. Guarde una copia en ASCII del conjunto de datos. Puede hacerlo exportando (en “Guardar como”) o pulsando en la Tabla de datos de la izquierda con el botón derecho, para obtener una copia de dicha Tabla.

## 12. LUMINISCENCIA

### Objetivos

Se conoce con el nombre genérico de *luminiscencia* (o luz fría) a un conjunto de fenómenos en los que se produce absorción de energía y posterior emisión de luz visible. Estos fenómenos siempre suponen transiciones electrónicas o moleculares desde un estado de mayor energía a uno de energía inferior. Los métodos mediante los cuales se produce la transición previa a un estado excitado permiten clasificar los fenómenos de luminiscencia. De entre los métodos nos centramos en aquellos asociados con irradiación previa:

- **Catodoluminiscencia.** La excitación se produce mediante electrones de alta energía.
- **Fotoluminiscencia.** Se usa en este caso radiación electromagnética, frecuentemente ultravioleta. Se denomina fosforescencia cuando se da un retraso entre la absorción de energía y la emisión de luz y fluorescencia cuando la emisión es instantánea.
- **Radioluminiscencia.** Se utiliza una fuente radiactiva para excitar el fenómeno.
- **Luminiscencia de rayos X.** Como se deduce de la denominación, se usan rayos X en este caso.

La Figura 1 ilustra algunos de los procesos por los cuales puede tener lugar la emisión. Nótese que puede ocurrir *fosforescencia* si se produce el fenómeno de cruzamiento a estados metastables, seguidos por el retorno al estado emisor por aporte de energía del medio. El retraso asociado a la vida media del estado metastable es el responsable del retraso de la emisión por fosforescencia.

El objetivo del experimento que se presenta es la observación de la catodoluminiscencia y fotoluminiscencia en tres materiales (fósforos):

- **Vanadato de itrio dopado con europio:** fluorescencia roja
- **Silicato de zinc dopado con manganeso:** fluorescencia verde
- **Aluminato de bario y magnesio dopado con europio:** fluorescencia azul

### Origen físico de la luminiscencia

Generalmente, la emisión de luz ocurre cuando se añaden ciertos dopantes (en definitiva, impurezas o incluso defectos) llamados *centros de luminiscencia* o activadores de la luminiscencia, en una matriz (vidrio o cristal) de átomos de soporte. Así, en el rubí los

iones  $\text{Cr}^{3+}$  con los activadores, mientras que el zafiro ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) es el cristal soporte. Los iones cromo absorben luz ultravioleta o violeta y emiten luz roja. En este caso, la excitación y emisión solo involucran al  $\text{Cr}^{3+}$ , sin intervención de la matriz. No siempre es así.

Un ejemplo notable que nos interesa para este experimento es el de los fósforos basados en europio (Eu). Si se trata de  $\text{Eu}^{3+}$  dopando un cristal de itrio (como  $\text{Y}_2\text{O}_3$ , óxido de itrio, o, como en nuestro caso –lámina superior-,  $\text{YVO}_4$ , vanadato de itrio), se obtendrá luminiscencia roja, en torno a 600 nm. Como indica la Figura, el ion pasa del estado fundamental  $E_1$ , a un estado excitado  $E_2$ , debido a la interacción con el fotón de energía  $h\nu_{\text{ex}}$ . Desde ese nivel decae en picosegundos hasta el nivel  $E'_2$  emitiendo fonones (cuantos de vibración de red) en un proceso que se conoce como *decaimiento no radiativo*. Desde aquí se produce la emisión luminiscente de energía  $h\nu_{\text{em}}$ , inferior a la del fotón incidente, cayendo el ion al nivel  $E'_1$  (que podría coincidir con  $E_1$ ) y emitiendo en su caso un fonón. Notemos que los niveles mencionados consisten en realidad en un conjunto de subniveles de modo que la radiación emitida es en realidad una banda de cierta anchura.

En el caso mencionado del rubí, los iones  $\text{Cr}^{3+}$  absorben directamente la luz incidente, pero en muchos ejemplos la excitación del activador depende de la matriz: para empezar, el campo eléctrico local puede actuar sobre los niveles de energía de esos iones, subdividiéndolos o simplemente modificando su energía. Así pues, las características de la emisión dependerán en primer lugar del activador, pero en segundo lugar lo harán del propio cristal.

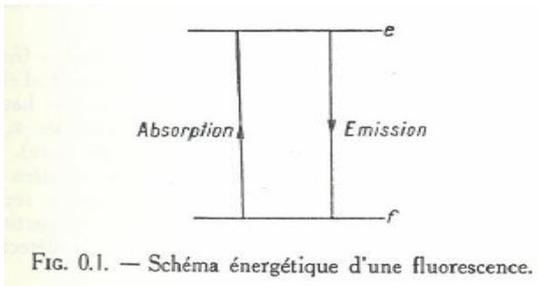


FIG. 0.1. — Schéma énergétique d'une fluorescence.

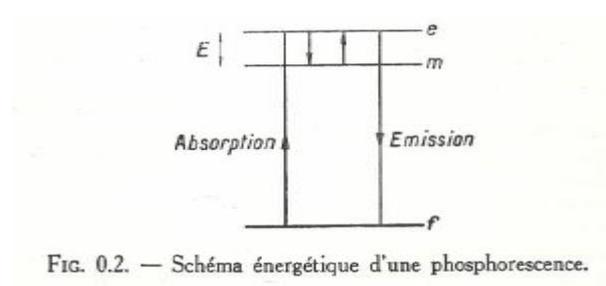


FIG. 0.2. — Schéma énergétique d'une phosphorescence.

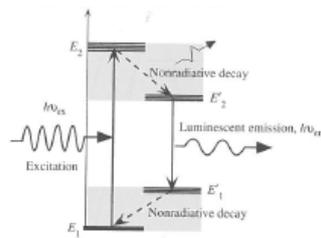
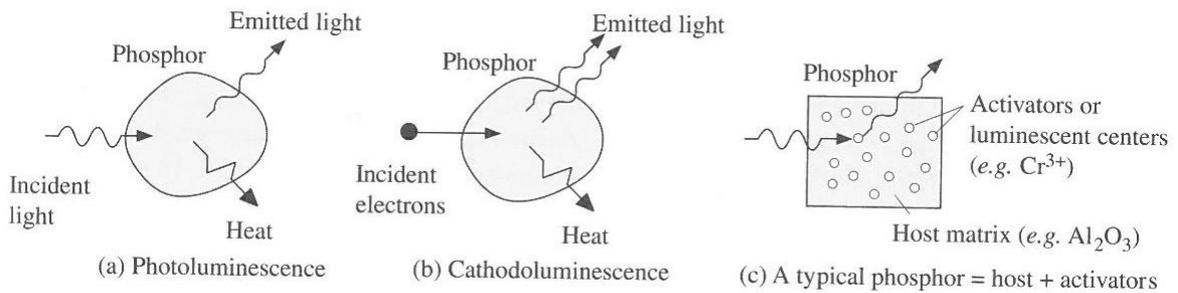


Fig. 1. Ilustración de los fenómenos de luminiscencia.

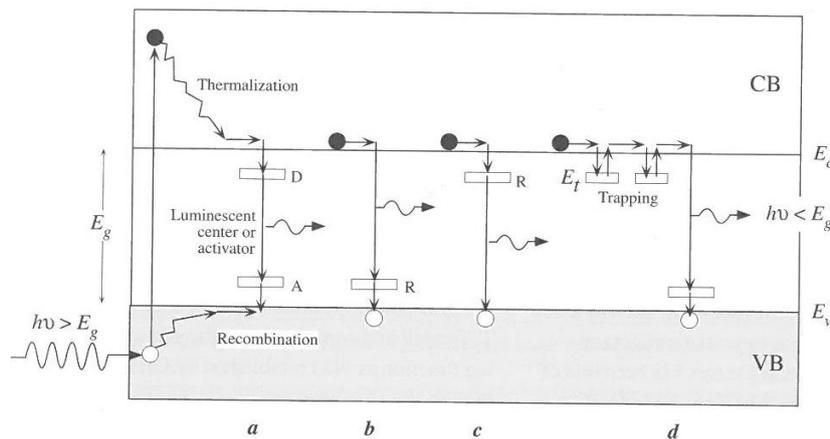


Fig. 2. La absorción óptica genera un par electrón-hueco (EH). Estos portadores pueden dar lugar a emisión asociada a un dopante o impureza y emisión luminiscente.

Uno de los modos de actuación del cristal anfitrión, si es semiconductor, se ilustra en la Figura 2. Aquí, el fotón incidente excita un electrón desde la banda de valencia (VB) a la de conducción (CB). El electrón sufre un proceso de *termalización*, mediante colisiones con fonones y adquiere una energía próxima a  $E_c$ . A continuación pueden ocurrir varios procesos para la emisión de la radiación:

- a.** El electrón es capturado por el activador en estado D y este decae a su estado fundamental A, emitiendo un fotón. La etapa final es la recombinación del par EH (por ello el activador es un *centro de recombinación radiativa*).
- b.** El centro de recombinación puede ser un nivel de energía del gap, R, y la emisión se produce cuando el electrón cae a R, con posterior recombinación como antes.
- c.** La emisión del fotón ocurre cuando se produce la recombinación.
- d.** Las impurezas o defectos son trampas en el cristal, en los que el electrón queda atrapado temporalmente, en un nivel  $E_t$ . Por excitación térmica el electrón puede volver a la CB (este proceso puede ocurrir repetidas veces) hasta que finalmente se recombina.

En nuestro caso, si el ion activador es  $\text{Eu}^{3+}$  la fluorescencia es roja, y azul si es  $\text{Eu}^{2+}$ . La elevada luminiscencia de estos iones se combina con las excelentes propiedades de vanadato de itrio, que puede sintetizarse en forma de monocristal y se ha usado mucho como material soporte de láseres de estado sólido. Tanto el  $\text{Eu}^{3+}$  como el  $\text{Eu}^{2+}$  presentan luminiscencia débil per se, pero se insertan en estructuras que doten a estos iones de estabilidad frente a relajaciones no radiativas. Así, cuando estos iones están en disolución acuosa, su luminiscencia es casi nula, debido a sus interacciones con iones  $\text{OH}^-$ , pero se coordinan con ligantes (en química se usan ligantes orgánicos) que son capaces de absorber energía y entregarla a los iones metálicos: tales moléculas actúan como *antenas* o *recolectores de luz* (Fig. 3).

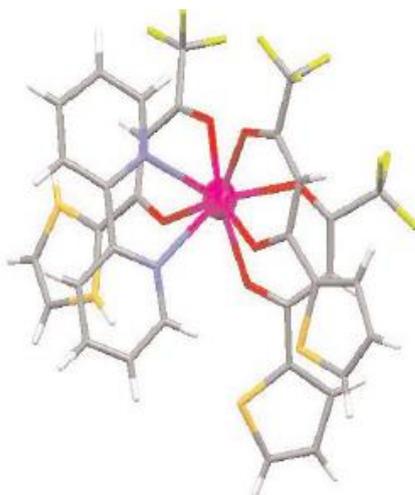


Figura 3. Ejemplo de estructura de un complejo de europio.

En el caso del  $\text{Eu}^{2+}$ , la banda de emisión predominante corresponde a la transición  $4f^6 5d^1 \rightarrow 4f^7$ , centrada en 448 nm (color azul). El  $\text{Eu}^{3+}$  produce fluorescencia cuando se produce la transición desde estados  $^5D_0 \rightarrow ^7F_n$ , siendo la línea más intensa la  $^5D_0 \rightarrow ^7F_2$ , de 612 nm.

Por lo que se refiere al manganeso (lámina intermedia del tubo experimental que utilizaremos), su carácter como activador de la luminiscencia se descubrió ya en el siglo XIX (en 1887, por Lecoq de Boisbaudran). En concreto, la fluorescencia verde se asocia al ion  $\text{Mn}^{2+}$  en coordinación cuatro con los oxígenos, dado que el manganeso sustituye parcialmente al Zn en la estructura cristalina del silicato de zinc. Dicha fluorescencia ocurre cuando  $\text{Mn}^{2+}$  forma parte de la red, de modo que los tetraedros  $\text{MnO}_4$  se intercambian con los  $\text{SiO}_4$  del vidrio; esta resulta ser una configuración muy estable y permite la emisión de una elevada energía por fluorescencia.

## Realización experimental

El tubo de luminiscencia (Fig. 4) está ya conectado a la fuente de alimentación. Se trata de una ampolla de vidrio en la que se ha hecho un alto vacío y que contiene las tres láminas (soporte de mica y recubrimiento del material activo) en las que observaremos la luminiscencia (roja, 618 nm,  $(YVO_4):Eu$ ; verde, 525 nm,  $(Zn_2SiO_4):Mn$ ; azul, 450 nm,  $(BaMgAl_{10}O_{17}):Eu$ ). Para la observación de la catodoluminiscencia se emplea una fuente de alta tensión variable, y para la fotoluminiscencia una lámpara de mercurio con un filtro que solo deja pasar la luz UV, y que puede retirarse si se desea.

### NOTAS

- 1. Cuando la tensión aplicada supera los 5 kV se produce emisión de rayos X. No debe pasar de 4.5 kV en su experimento.**
- 2. Aunque se ha instalado una pequeña cabina para mejorar la observación y protegerle, debe recordar que se trata de un tubo con muy alto vacío y paredes muy delgadas. Hay riesgo de implosión, por lo que siempre que observe debe usar gafas protectoras.**
- 3. No mire directamente a la lámpara de mercurio encendida. Recuerde los aspectos nocivos de la luz UV.**

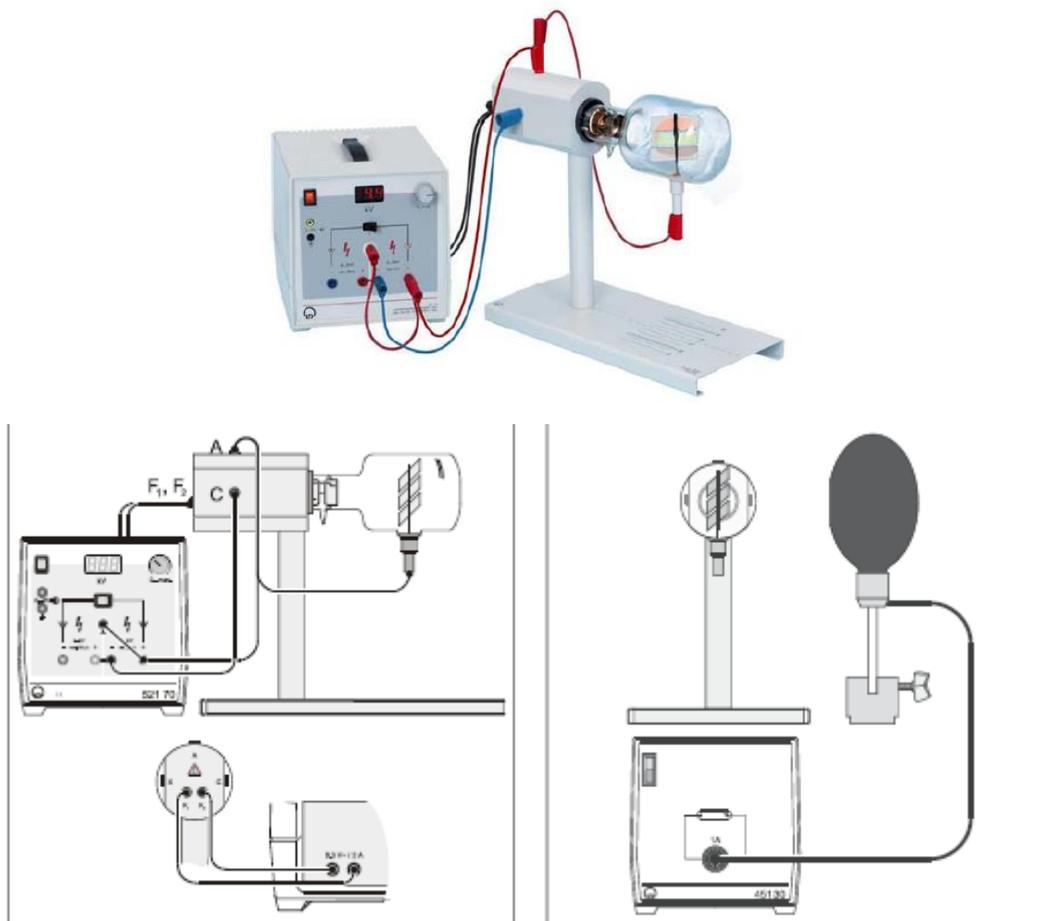


Fig. 4. Detalles del sistema para catodoluminiscencia y fotoluminiscencia.

## RESULTADOS Y CUESTIONES

**R.1.** Conecte la fuente de tensión a la red asegurándose previamente de que el interruptor está en OFF y que el mando de control está a cero kV. Aplique ya tensión aumentando a intervalos de 0.5 kV. Anote la tensión a la que aparece cada fluorescencia. Tome a través de visor una fotografía cuando se produzca cada aparición (si su teléfono móvil no tiene suficiente resolución, avise al profesor para usar una tableta). Incluya estas fotografías en su informe.

**C.1.** Compare la energía de los electrones que producen la aparición del fenómeno en cada lámina con la de los fotones producidos. Comente sus observaciones y el resultado de esta comparación.

**C.2.** ¿Observa fosforescencia (*afterglow*) en algún caso?

**R.2.** Con la fuente de alta tensión en **OFF**, conecte la lámpara de mercurio. Espere unos minutos hasta que alcance su máximo régimen de iluminación.

**C.3.** Tome fotografías con y sin filtro. Comente sus resultados. Infórmese de las características espectrales de este tipo de lámparas y trate de justificar por qué no se observa fotoluminiscencia en todas las láminas y qué efecto tiene la interposición del filtro.

### **Bibliografía**

Briz, A. y cols. *Europio: Naturaleza, luminiscencia y aplicaciones*. An. Quim. **102** (2004) 40.

Kasap, S., Ruda, R., Boucher, Y. *Cambridge Illustrated Handbook of Optoelectronics and Photonics*. Cambridge University Press, Cambridge (2009).

Leybold AG. *Physics Leaflets, P7.2.4.1. Conduction Phenomena: Luminescence*. [www.ld-didactic.de/literatur/hb/e/p7/p7241\\_e.pdf](http://www.ld-didactic.de/literatur/hb/e/p7/p7241_e.pdf)

Linwood, S.H., Weyl, W.A. *The Fluorescence of Manganese in Glasses and Crystals*. J. Opt. Soc. Amer. **32** (1942) 443.